

# Optimisation de boîtes noires multifidélités avec contraintes hiérarchisées

Présenté par Xavier Lebeuf

Sous la direction de Prof. Charles Audet

Et la co-direction de Prof. Sébastien Le  
Digabel et Miguel Diago-Martínez



**POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ  
D'INGÉNIERIE



**Hydro  
Québec**

Institut de recherche

# Plan de la présentation

- 1 Introduction et contexte
- 2 Objectifs
- 3 Vue d'ensemble
- 4 Méthodologie détaillée
- 5 Résultats

# 1. Introduction et contexte

- Notation

$$\min_{x \in X} f(x) \quad \text{s.t.} \quad x \in \Omega = \{x \in X : c_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\}$$

Où  $X$  est un espace à  $n$  dimensions

# 1. Introduction et contexte

- Notation

$$\min_{x \in X} f(x) \quad \text{s.t.} \quad x \in \Omega = \{x \in X : c_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\}$$

Où  $X$  est un espace à  $n$  dimensions

- Pas de formulation analytique, rien n'indique que les gradients existent

# 1. Introduction et contexte

- Notation

$$\min_{x \in X} f(x) \quad \text{s.t.} \quad x \in \Omega = \{x \in X : c_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m\}$$

Où  $X$  est un espace à  $n$  dimensions

- Pas de formulation analytique, rien n'indique que les gradients existent
- Exemple: les simulations



# 1. Introduction et contexte

- Motivation derrière le projet: PRIAD.

# 1. Introduction et contexte

- Motivation derrière le projet: PRIAD.
- Temps d'évaluation jusqu'à 145 jours sans parallélisation.
- Temps d'optimisation d'environ 800 ans pour 2000 évaluations.

# 1. Introduction et contexte

- Motivation derrière le projet: PRIAD.
- Temps d'évaluation jusqu'à 145 jours sans parallélisation.
- Temps d'optimisation d'environ 800 ans pour 2000 évaluations.
- Contraintes difficiles à satisfaire, beaucoup de temps passé sur des points  $x \notin \Omega$ .



# 1. Introduction et contexte

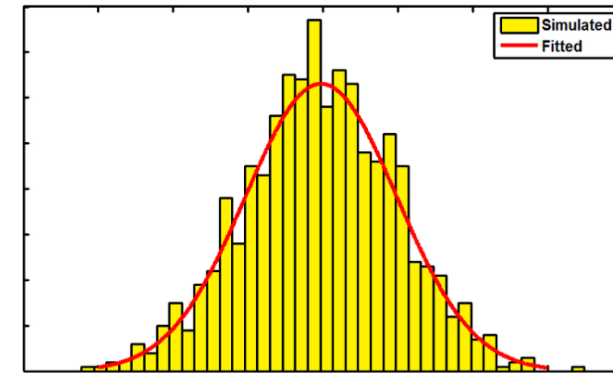
- Motivation derrière le projet: PRIAD.
- Temps d'évaluation jusqu'à 145 jours sans parallélisation.
- Temps d'optimisation d'environ 800 ans pour 2000 évaluations.
- Contraintes difficiles à satisfaire, beaucoup de temps passé sur des points  $x \notin \Omega$ .
- Aspect multifidélité.

# 1. Introduction et contexte

- Fidélité  $\phi :=$  valeur  $\in ]0, 1]$  qui caractérise plusieurs niveaux de précision et de temps d'évaluation

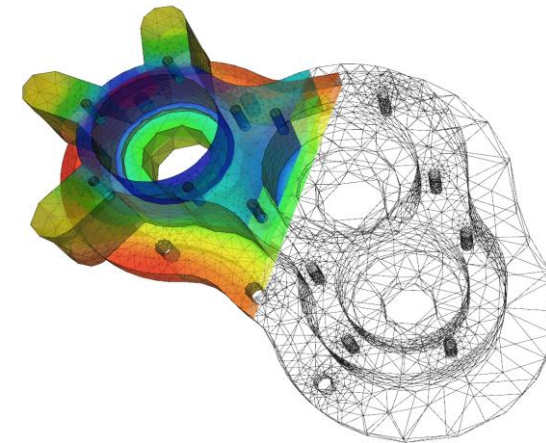
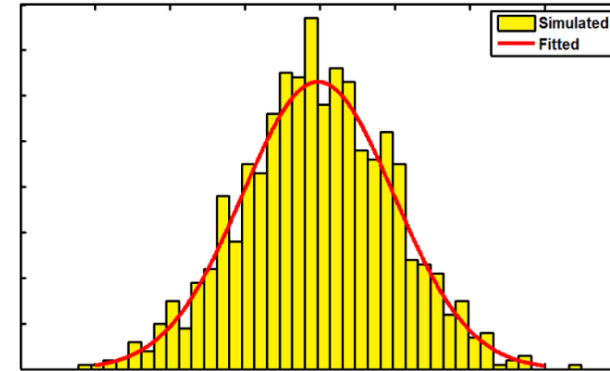
# 1. Introduction et contexte

- Fidélité  $\phi :=$  valeur  $\in ]0, 1]$  qui caractérise plusieurs niveaux de précision et de temps d'évaluation
- Exemples
  - Simulation Monte-Carlo



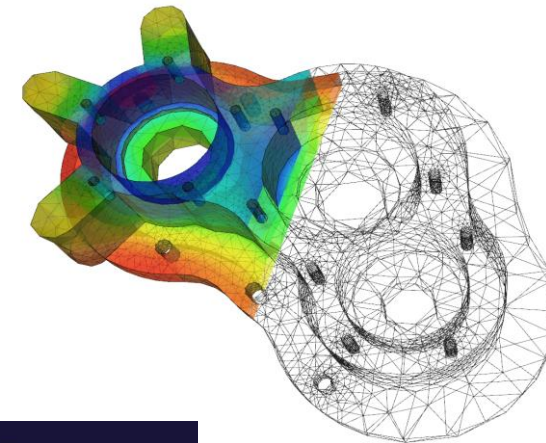
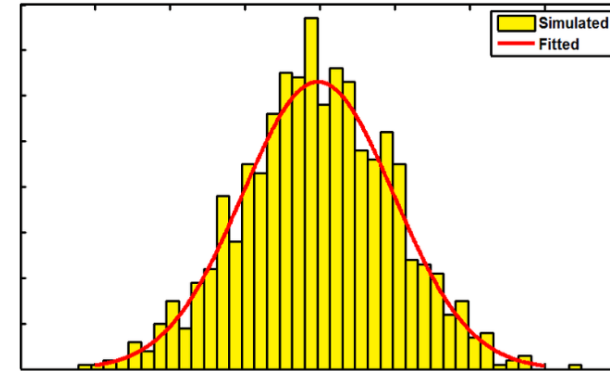
# 1. Introduction et contexte

- Fidélité  $\phi :=$  valeur  $\in ]0, 1]$  qui caractérise plusieurs niveaux de précision et de temps d'évaluation
- Exemples
  - Simulation Monte-Carlo
  - Simulation par éléments finis



# 1. Introduction et contexte

- Fidélité  $\phi :=$  valeur  $\in ]0, 1]$  qui caractérise plusieurs niveaux de précision et de temps d'évaluation
- Exemples
  - Simulation Monte-Carlo
  - Simulation par éléments finis
  - Machine Learning



## 2. Objectifs de la recherche proposée

- 1. Concevoir une méthode d'optimisation qui exploite la multifidélité pour réduire le temps passé sur des points non réalisables applicable à toute boîte noire multifidélité.

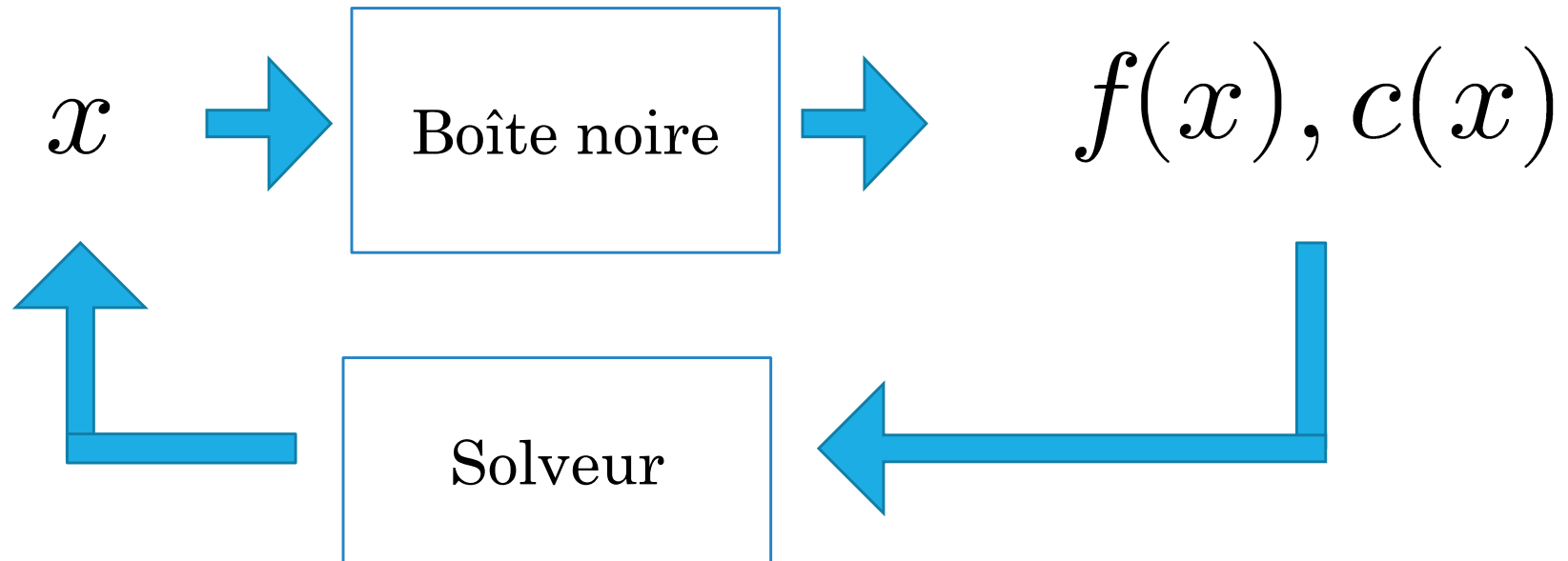
PRIAD
Boîte noire coûteuse à évaluer
Points $x \in \Omega$ rares
Multi- $\phi$

## 2. Objectifs de la recherche proposée

- 1. Concevoir une méthode d'optimisation qui exploite la multifidélité pour réduire le temps passé sur des points non réalisables applicable à toute boîte noire multifidélité.
- 2. Implémenter la méthode et la tester avec des boîtes noires de la famille SOLAR.

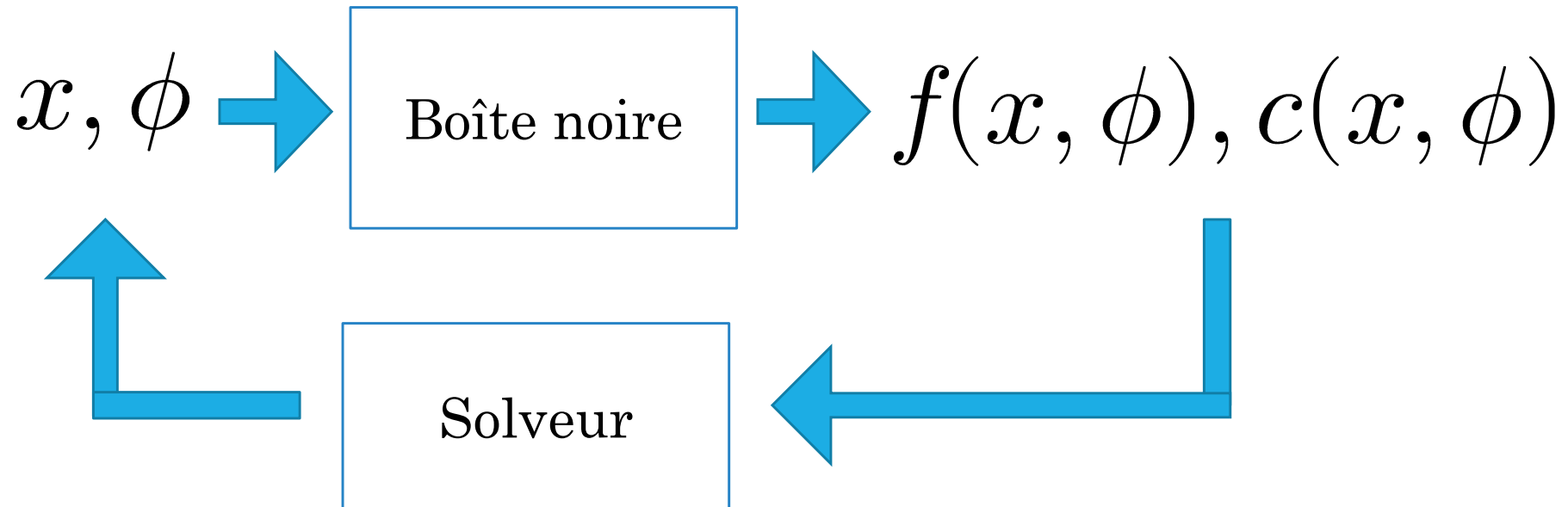
PRIAD
Boîte noire coûteuse à évaluer
Points $x \in \Omega$ rares
Multi- $\phi$

### 3. Vue d'ensemble

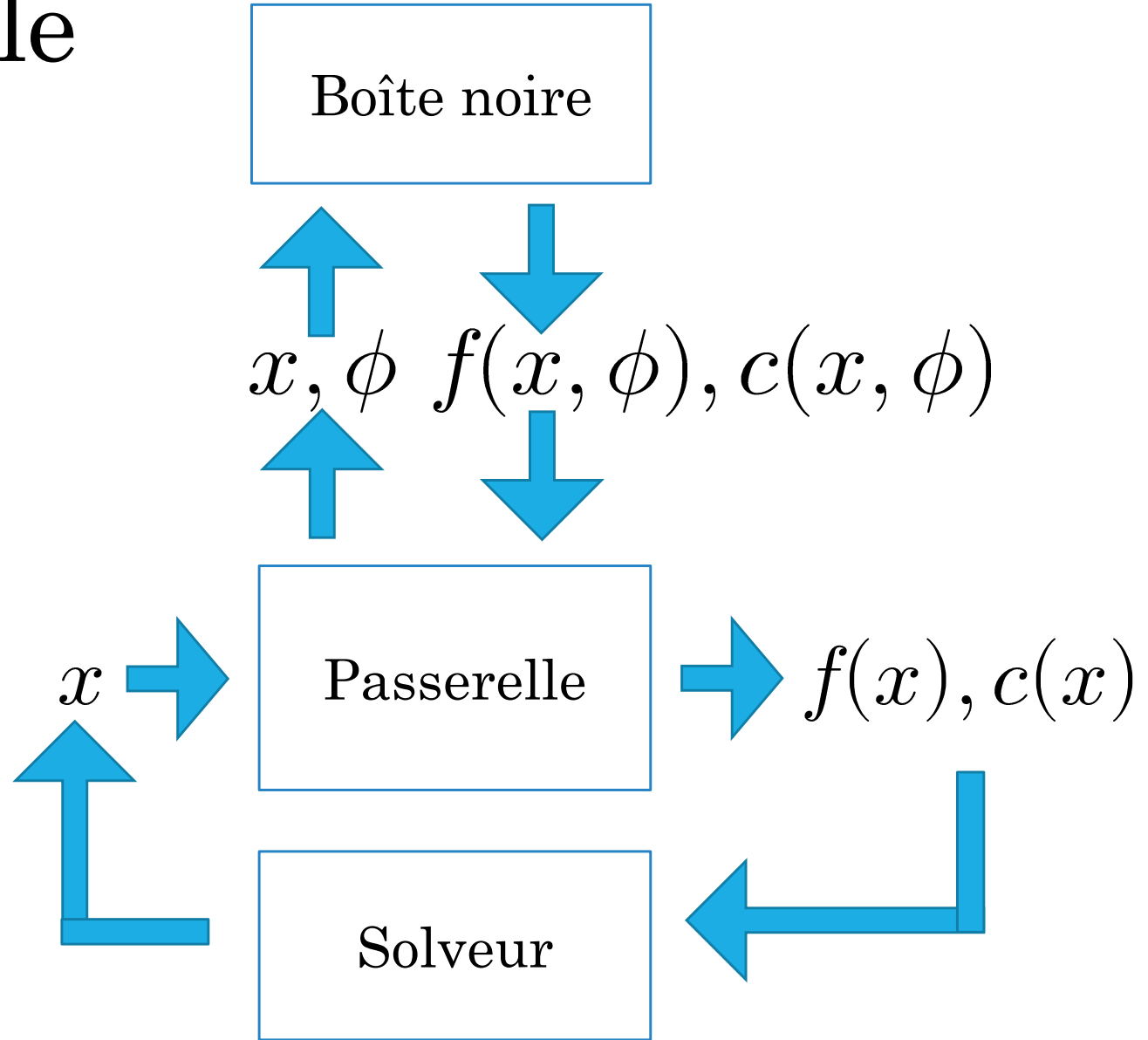




### 3. Vue d'ensemble



### 3. Vue d'ensemble



# 3. Vue d'ensemble

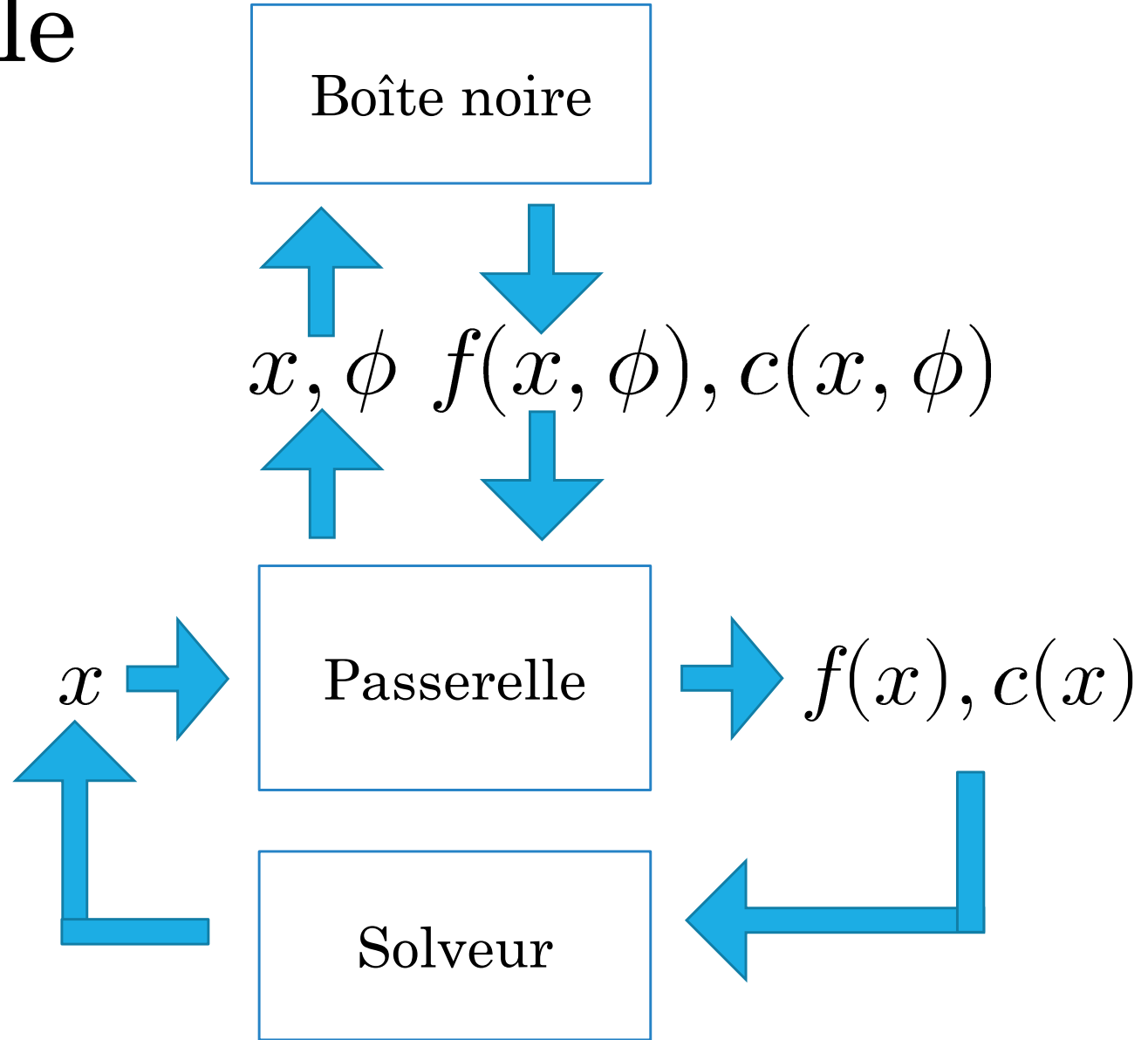
$$\phi_i \in \Phi \quad \forall i \in I$$

$\phi_1$

$\phi_2$

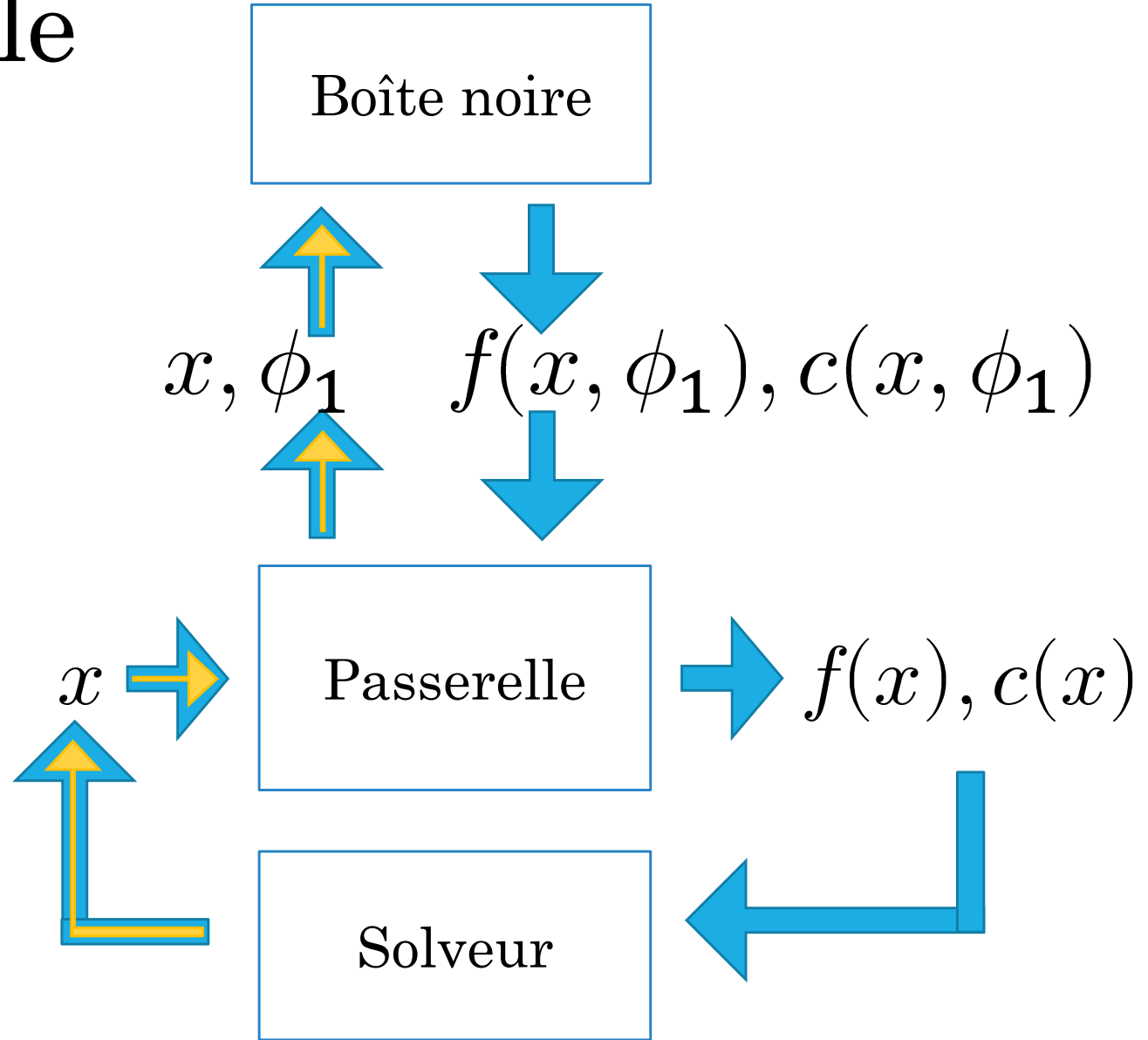
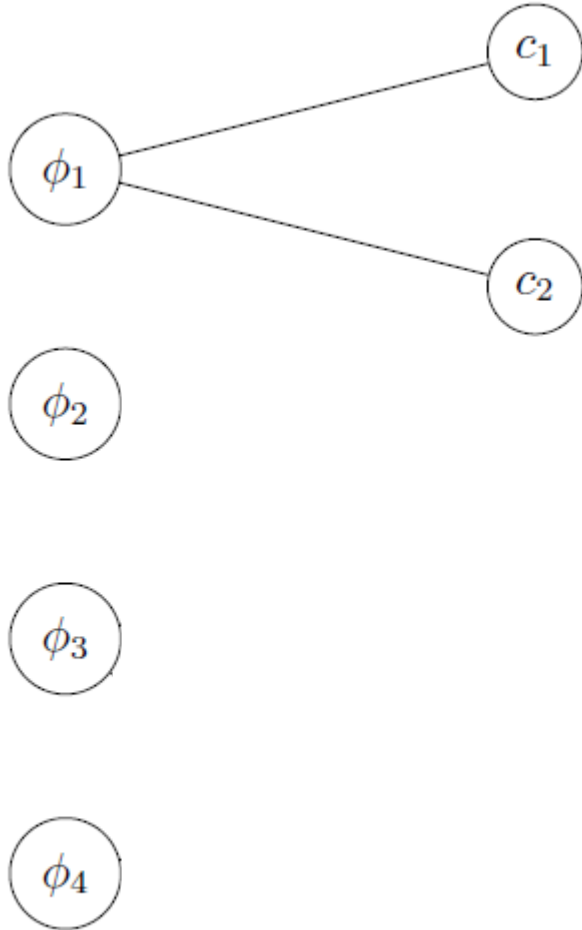
$\phi_3$

$\phi_4$



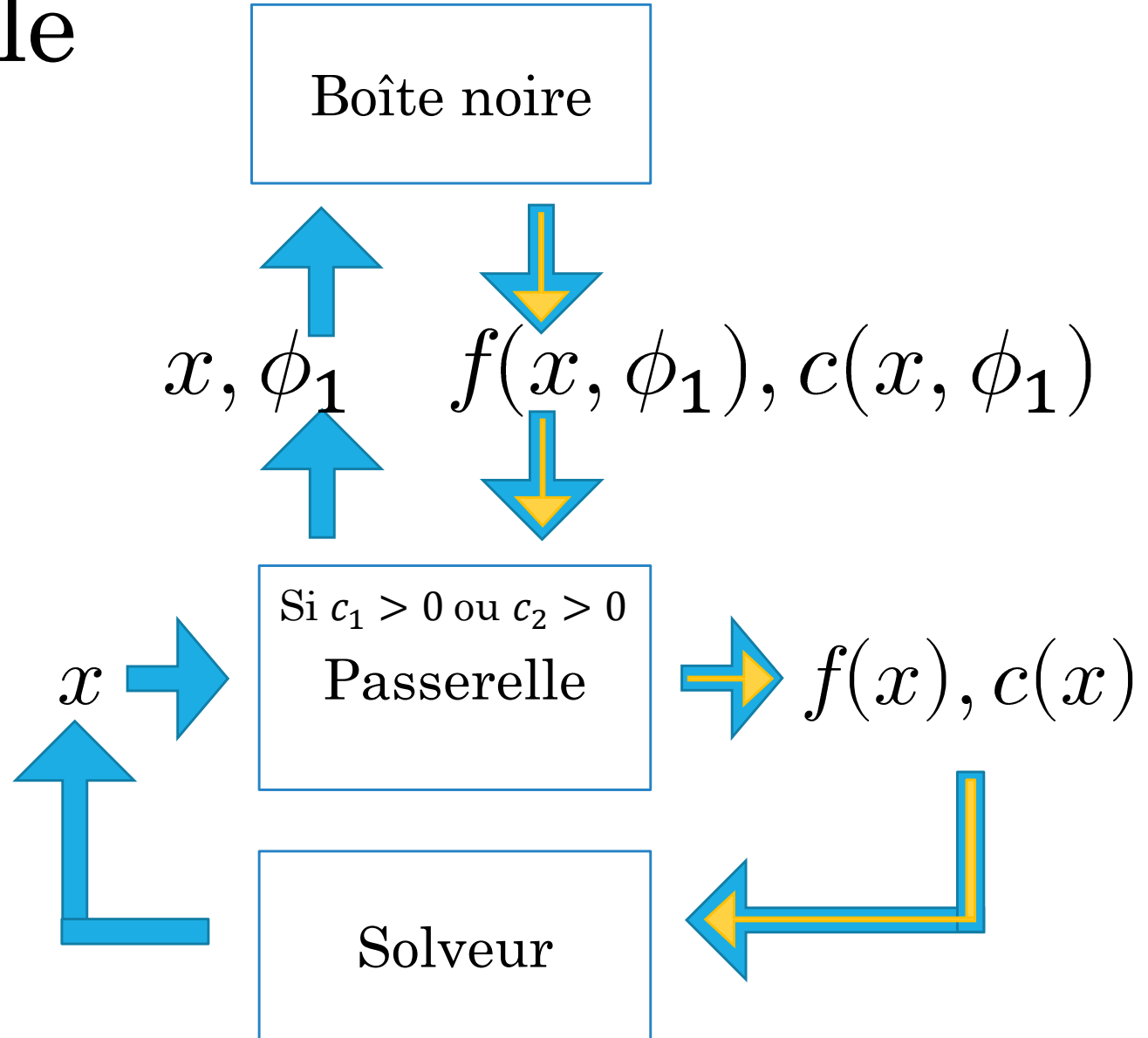
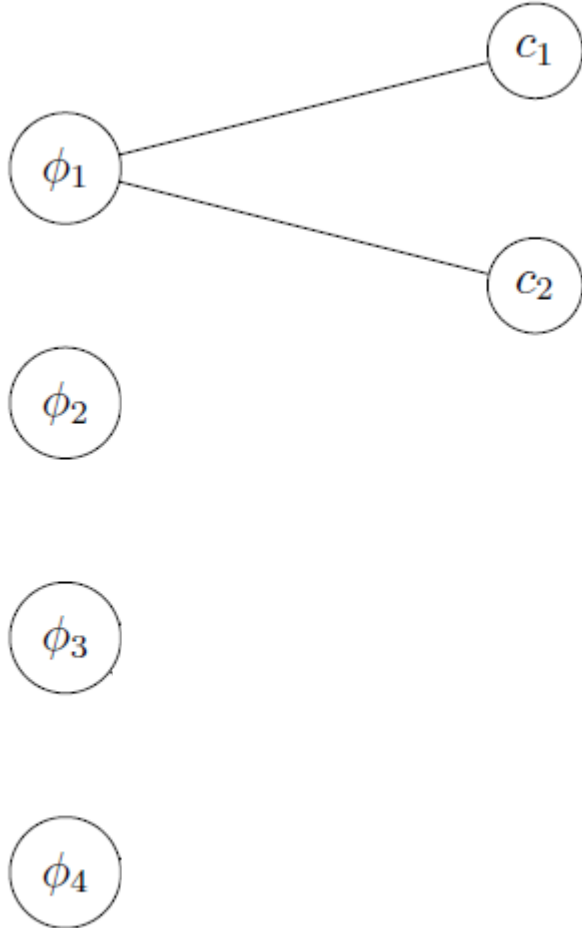
# 3. Vue d'ensemble

$$\phi_i \in \Phi \quad \forall i \in I$$



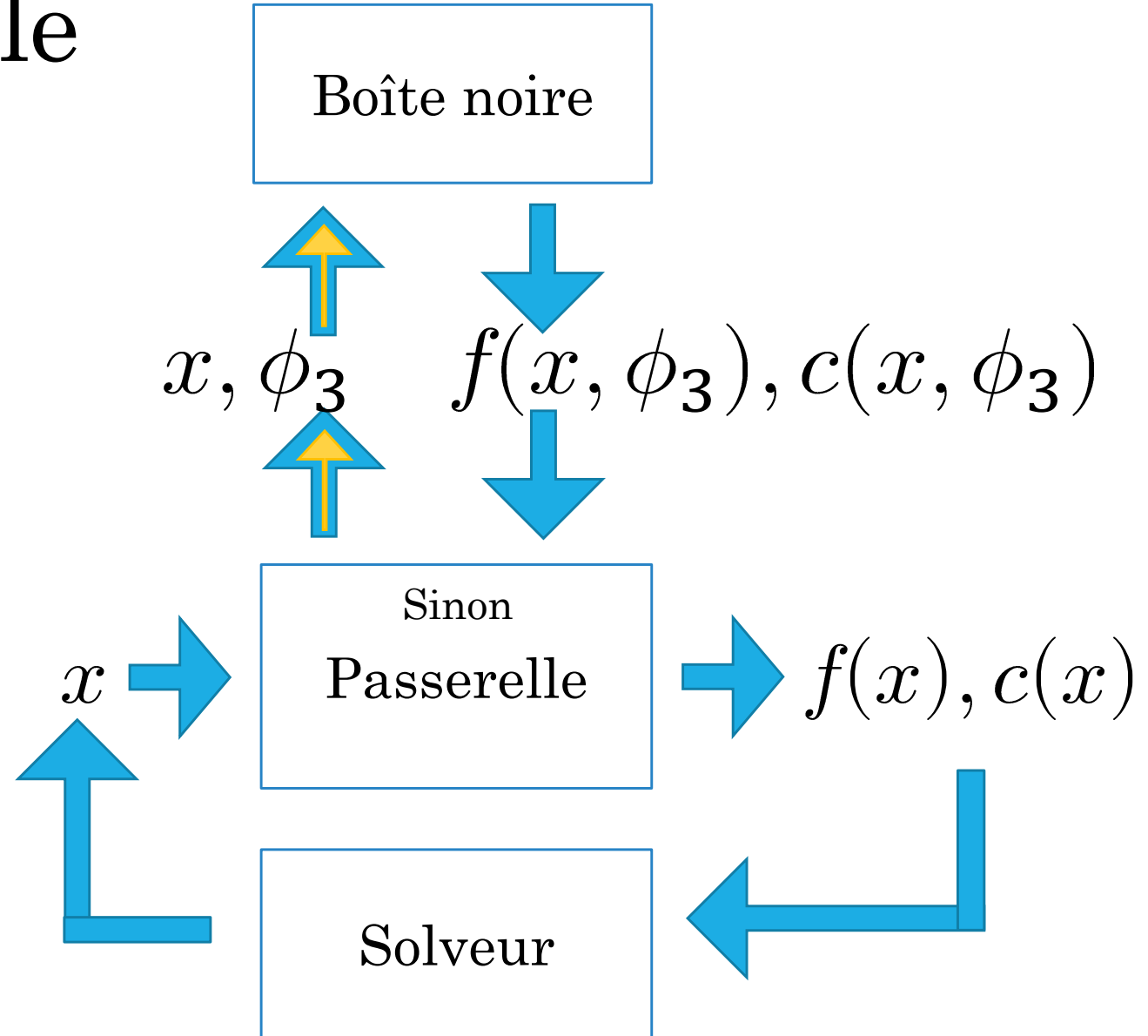
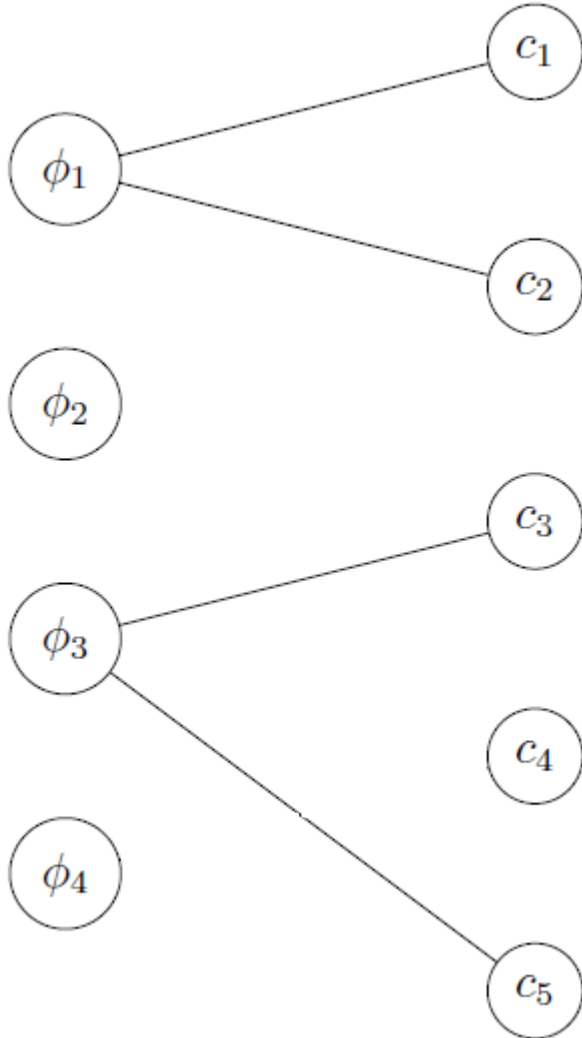
# 3. Vue d'ensemble

$$\phi_i \in \Phi \quad \forall i \in I$$



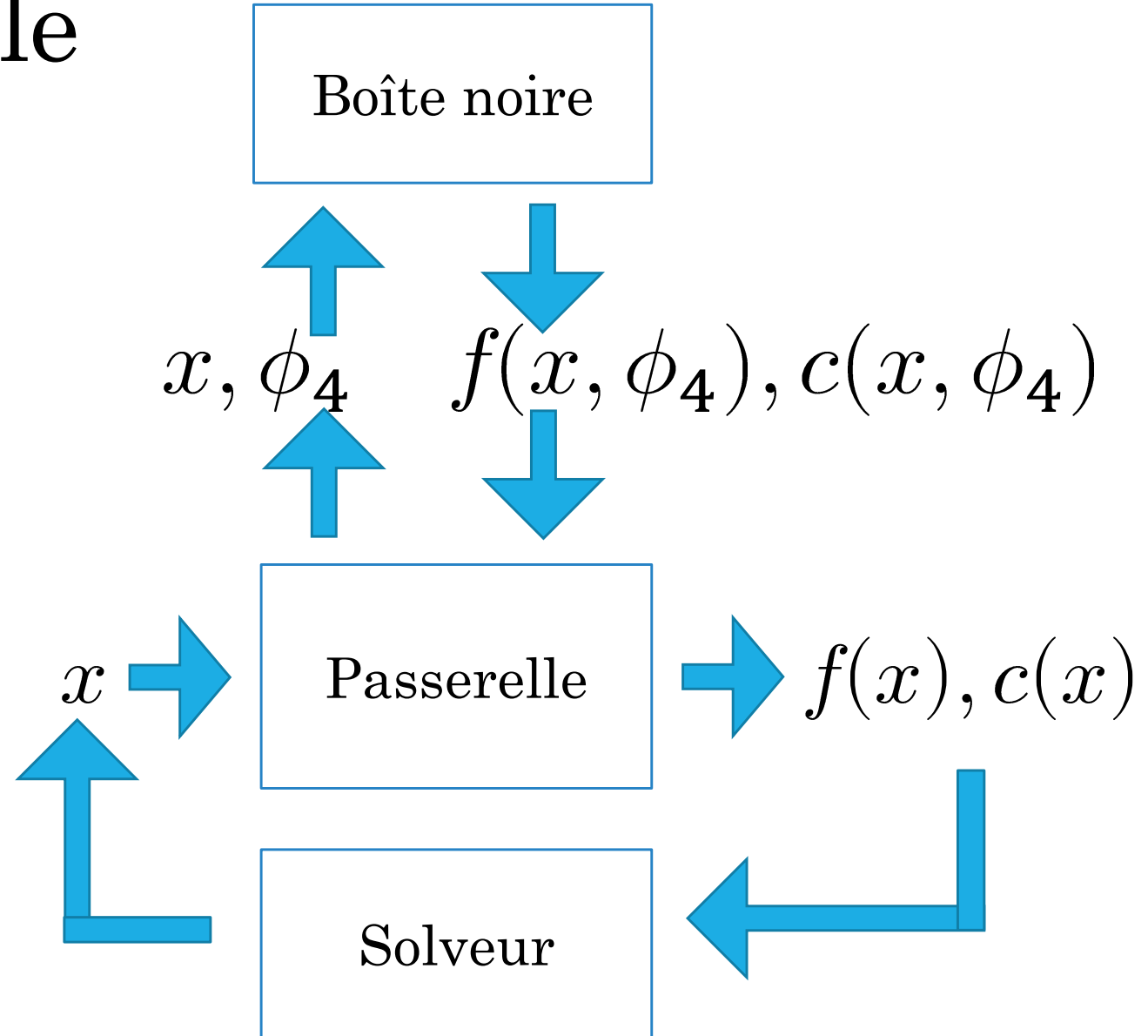
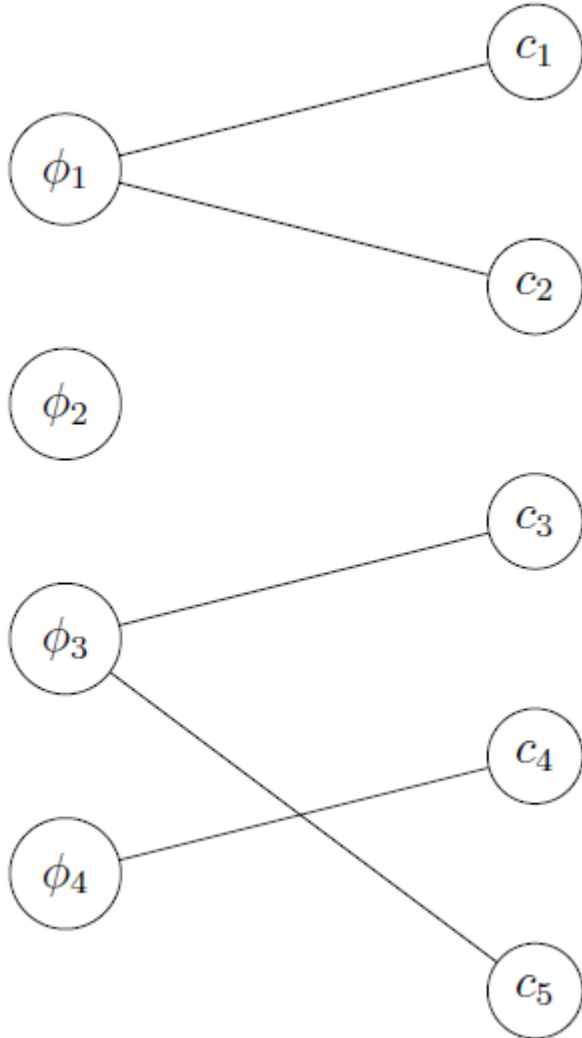
# 3. Vue d'ensemble

$$\phi_i \in \Phi \quad \forall i \in I$$



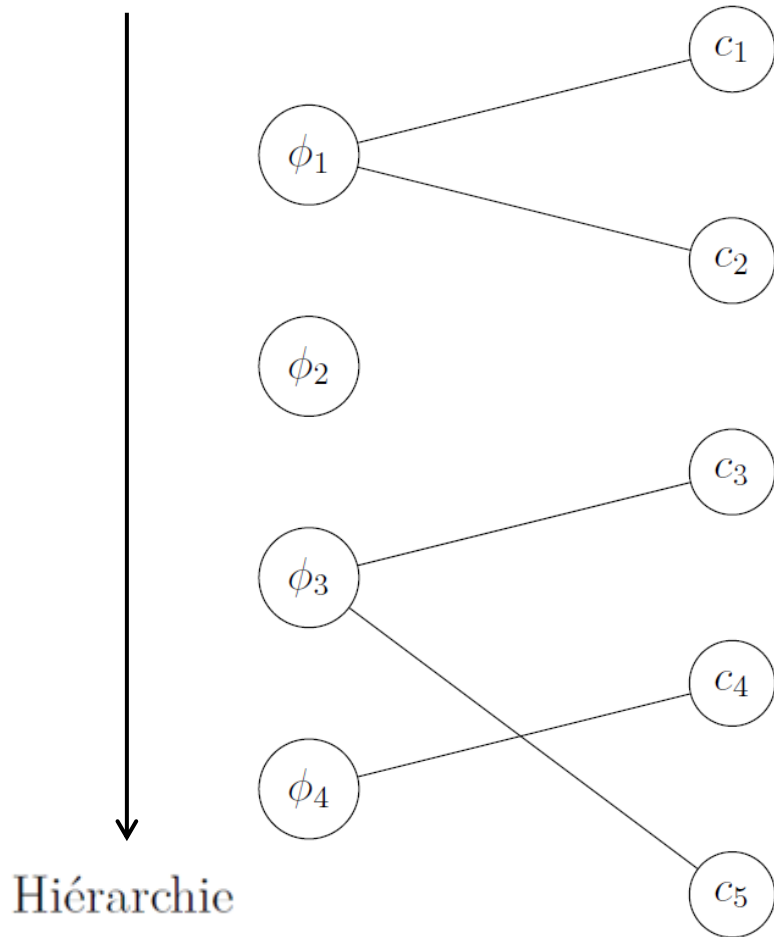
# 3. Vue d'ensemble

$$\phi_i \in \Phi \quad \forall i \in I$$



# 3. Vue d'ensemble

Graphe biparti



Matrice de biadjacence

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



# 4. Méthodologie détaillée

---

**Algorithme 3.1** : Optimisation avec contraintes hiérarchisées

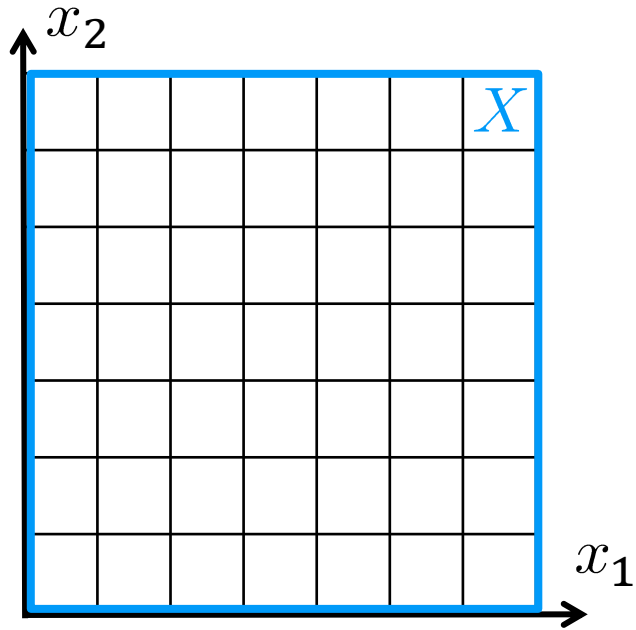
---

Étant donné un problème d'optimisation donné par une boîte noire multifidélité

1. Analyser le comportement des contraintes en fonction de la fidélité
  2. Calcul d'une matrice de biadjacence optimale
  3. Optimisation de la boîte noire
-

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Echantillonnage par hypercube latin (LHS)  
Sans point de départ connu



$l_i$  donné par  $X$

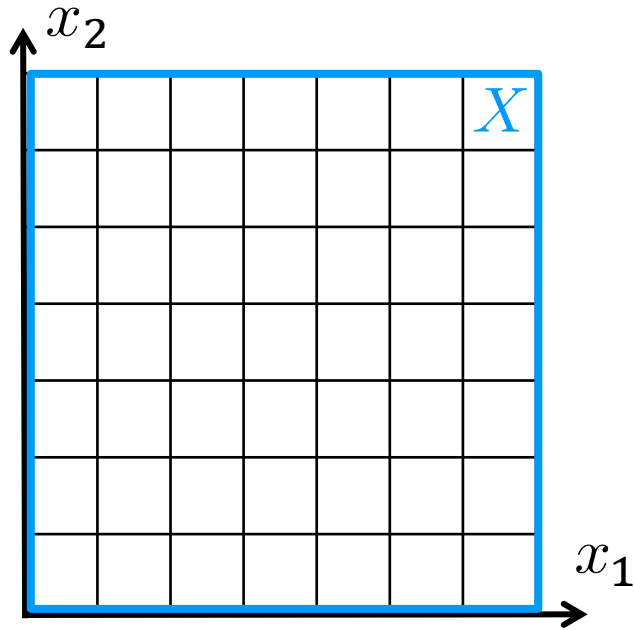
$u_i$  donné par  $X$

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Echantillonnage par hypercube latin (LHS)

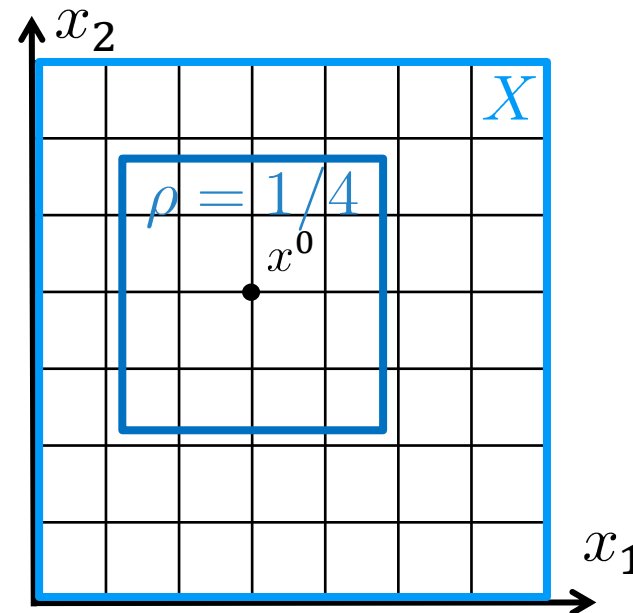
Sans point de départ connu

À partir d'un point de départ  $x_0$  connu



$l_i$  donné par  $X$

$u_i$  donné par  $X$



$$l_i^{cen} = \max(l_i, x_i^0 - \rho(u_i - l_i))$$

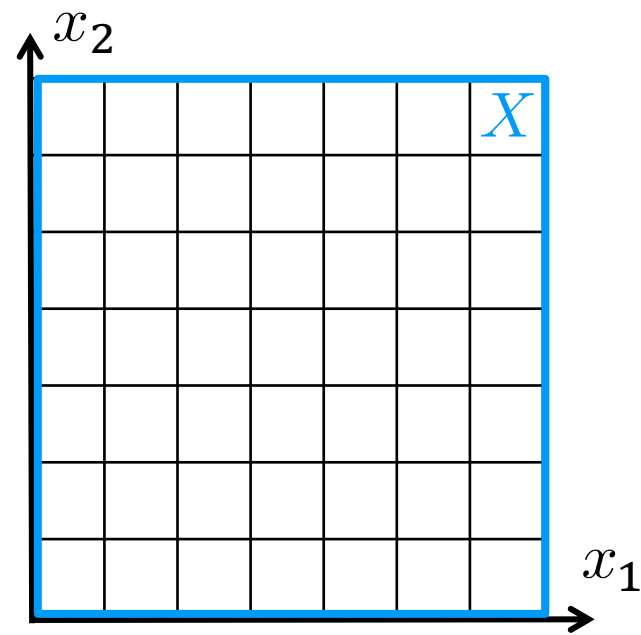
$$u_i^{cen} = \min(u_i, x_i^0 + \rho(u_i - l_i))$$

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Echantillonnage par hypercube latin (LHS)

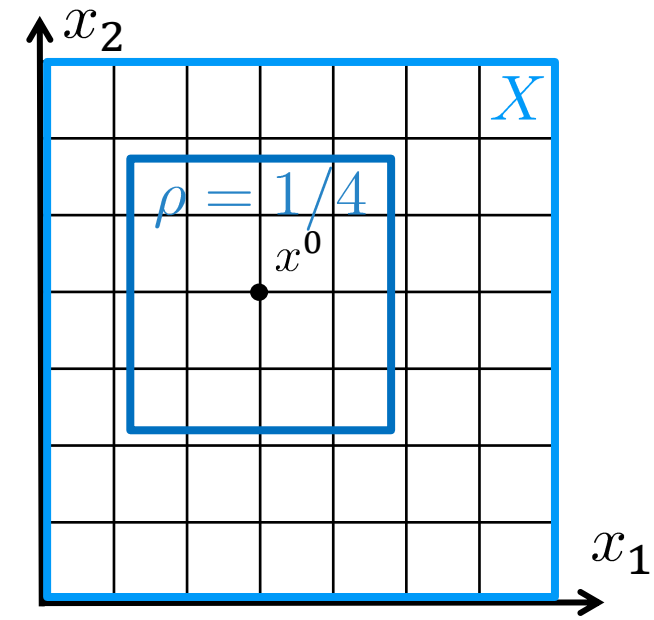
Sans point de départ connu

À partir d'un point de départ  $x_0$  connu



$l_i$  donné par  $X$

$u_i$  donné par  $X$



$$l_i^{cen} = \max(l_i, x_i^0 - \rho(u_i - l_i))$$

$$u_i^{cen} = \min(u_i, x_i^0 + \rho(u_i - l_i))$$

Chaque point est évalué pour chaque fidélité dans  $\Phi$

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Fonction binaire

$$\beta(c_j(x, \phi)) := \begin{cases} 0 & \text{si } c_j(x, \phi) \leq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Fonction binaire

$$\beta(c_j(x, \phi)) := \begin{cases} 0 & \text{si } c_j(x, \phi) \leq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Notion de fidélité représentative

Soit une contrainte  $c_j$  avec  $j \in J$ , un point  $x \in X$  et une fidélité  $\phi_a \in \Phi$ . La fidélité  $\phi_a$  est dite représentative pour  $c_j$  au point  $x$  si et seulement si

$$\beta(c_j(x, \phi)) = \beta(c_j(x, 1)) \quad \forall \phi \in \Phi \text{ où } \phi \geq \phi_a.$$

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Fonction binaire

$$\beta(c_j(x, \phi)) := \begin{cases} 0 & \text{si } c_j(x, \phi) \leq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Notion de fidélité représentative

Soit une contrainte  $c_j$  avec  $j \in J$ , un point  $x \in X$  et une fidélité  $\phi_a \in \Phi$ . La fidélité  $\phi_a$  est dite représentative pour  $c_j$  au point  $x$  si et seulement si

$$\beta(c_j(x, \phi)) = \beta(c_j(x, 1)) \quad \forall \phi \in \Phi \text{ où } \phi \geq \phi_a.$$

$\phi$	$\beta(c_j(x, \phi))$
$\phi_1$	0
$\phi_2$	0
$\phi_3$	1
$\phi_4$	0
$\phi_5$	1
$\phi_6$	1
$\phi_7 = 1$	1

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

- Fonction binaire

$$\beta(c_j(x, \phi)) := \begin{cases} 0 & \text{si } c_j(x, \phi) \leq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Notion de fidélité représentative

Soit une contrainte  $c_j$  avec  $j \in J$ , un point  $x \in X$  et une fidélité  $\phi_a \in \Phi$ . La fidélité  $\phi_a$  est dite représentative pour  $c_j$  au point  $x$  si et seulement si

$$\beta(c_j(x, \phi)) = \beta(c_j(x, 1)) \quad \forall \phi \in \Phi \text{ où } \phi \geq \phi_a.$$

$\phi$	$\beta(c_j(x, \phi))$
$\phi_1$	0
$\phi_2$	0
$\phi_3$	1
$\phi_4$	0
$\phi_5$	1
$\phi_6$	1
$\phi_7 = 1$	1



# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

$r_{ij}$  := Estimation de la probabilité que la fidélité  $\phi_i \in \Phi$   
soit représentative pour la contrainte  $c_j$ .

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

$r_{ij}$  := Estimation de la probabilité que la fidélité  $\phi_i \in \Phi$   
soit représentative pour la contrainte  $c_j$ .

$p_{ij}$  := Estimation de la probabilité que  $c_j$  soit satisfaite à  $\phi_i \in \Phi$   
= Estimation de  $Pr[\beta(c_j(x, \phi_i)) = 0]$ .

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

$r_{ij}$  : = Estimation de la probabilité que la fidélité  $\phi_i \in \Phi$   
soit représentative pour la contrainte  $c_j$ .

$p_{ij}$  : = Estimation de la probabilité que  $c_j$  soit satisfaite à  $\phi_i \in \Phi$   
= Estimation de  $Pr[\beta(c_j(x, \phi_i)) = 0]$ .

$t_i$  : = Estimation du temps moyen d'une sous-évaluation à  $\phi_i \in \Phi$ .

# 4. Méthodologie détaillée – Analyse

$r_{ij}$  := Estimation de la probabilité que la fidélité  $\phi_i \in \Phi$   
soit représentative pour la contrainte  $c_j$ .

$p_{ij}$  := Estimation de la probabilité que  $c_j$  soit satisfaite à  $\phi_i \in \Phi$   
= Estimation de  $Pr[\beta(c_j(x, \phi_i)) = 0]$ .

$t_i$  := Estimation du temps moyen d'une sous-évaluation à  $\phi_i \in \Phi$ .

$$r_{ij} = \frac{1}{n_H^{ap}} |\{x \in H^{ap} : \phi_i \text{ est représentative pour } c_j\}| \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

$$p_{ij} = \frac{1}{n_H^{ap}} |\{x \in H^{ap} : \beta(c_j(x, \phi_i)) = 0\}| \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

$$\bar{p}_{ij} = 1 - p_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

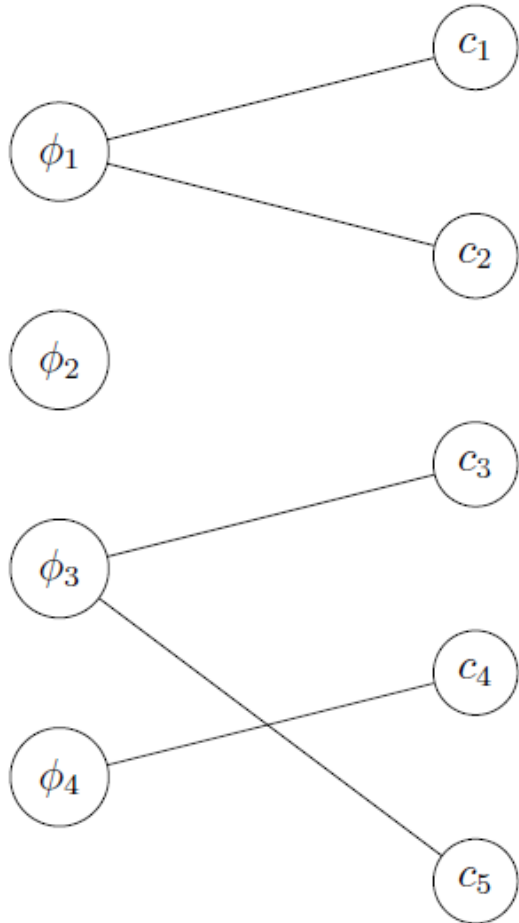
$$t_i = \frac{1}{n_H^{ap}} \sum_{x \in H^{ap}} t(x, \phi_i) \quad \forall i \in I.$$

## 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

$$\begin{aligned} \min_{B \in \mathbb{B}^{\ell \times m}, y \in \mathbb{R}^{\ell}} \quad & t_1 y_1 + \sum_{i=2}^{\ell} t_i y_i \prod_{k=1}^{i-1} \prod_{j \in J} \left(1 - \bar{p}_{kj} B_{kj}\right) \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{i \in I} B_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \\ & B_{ij} - \varepsilon \leq r_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \\ & B_{ij} \leq y_i \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \\ & y_i \leq \sum_{j \in J} B_{ij} \quad \forall i \in I. \end{aligned}$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Fonction objectif



$$t_1 y_1 + \sum_{i=2}^{\ell} t_i y_i \prod_{k=1}^{i-1} \prod_{j \in J} (1 - \bar{p}_{kj} B_{kj})$$
$$= t_1 + t_3 p_{11} p_{12} + t_4 p_{11} p_{12} p_{33} p_{35}.$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Contraintes

$$\min_{B \in \mathbb{B}^{\ell \times m}, y \in \mathbb{R}^{\ell}} t_1 y_1 + \sum_{i=2}^{\ell} t_i y_i \prod_{k=1}^{i-1} \prod_{j \in J} (1 - \bar{p}_{kj} B_{kj})$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{i \in I} B_{ij} = 1 \quad \forall j \in J$$

$$B_{ij} - \varepsilon \leq r_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

$$B_{ij} \leq y_i \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

$$y_i \leq \sum_{j \in J} B_{ij} \quad \forall i \in I.$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Résolution par recherche exhaustive de l'espace des solutions
- Réduction du nombre de variables du problème



# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Résolution par recherche exhaustive de l'espace des solutions
- Réduction du nombre de variables du problème
  - Réduction 1:

$$y_i(B) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j \in J} B_{ij} = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall i \in I$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Résolution par recherche exhaustive de l'espace des solutions
- Réduction du nombre de variables du problème
  - Réduction 1:

$$y_i(B) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j \in J} B_{ij} = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall i \in I$$

- Réduction 3: Retirer les contraintes à priori du modèle

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Résolution par recherche exhaustive de l'espace des solutions
- Réduction du nombre de variables du problème

- Réduction 1:

$$y_i(B) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j \in J} B_{ij} = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall i \in I$$

- Réduction 3: Retirer les contraintes à priori du modèle
- Réduction 4: Ne considéré que les matrices  $B$  réalisables
  - Qui respecte la borne inférieure sur la probabilité estimée de représentativité  $\mathcal{E}$
  - Où chaque contrainte est assignée à une seule fidélité

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les fidélités qui respectent la borne  $\varepsilon$  est retirée du modèle.

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les fidélités qui respectent la borne  $\varepsilon$  est retirée du modèle.

Lemme 1: S'il existe une solution réalisable  $B^a$  où une contrainte est assignée à une fidélité  $\phi_{\hat{1}}$  non minimale parmi les fidélités qui respectent  $\varepsilon$ , il existe une autre solution réalisable  $B^b$ , qui est telle qu'aucune contrainte n'est assignée à  $\phi_{\hat{1}}$ .

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les fidélités qui respectent la borne  $\varepsilon$  est retirée du modèle.

Lemme 1: S'il existe une solution réalisable  $B^a$  où une contrainte est assignée à une fidélité  $\phi_{\hat{1}}$  non minimale parmi les fidélités qui respectent  $\varepsilon$ , il existe une autre solution réalisable  $B^b$ , qui est telle qu'aucune contrainte n'est assignée à  $\phi_{\hat{1}}$ .

Lemme 2 :  $f(B^b) \leq f(B^a)$ .

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les fidélités qui respectent la borne  $\varepsilon$  est retirée du modèle.

Lemme 1: S'il existe une solution réalisable  $B^a$  où une contrainte est assignée à une fidélité  $\phi_{\hat{i}}$  non minimale parmi les fidélités qui respectent  $\varepsilon$ , il existe une autre solution réalisable  $B^b$ , qui est telle qu'aucune contrainte n'est assignée à  $\phi_{\hat{i}}$ .

Lemme 2 :  $f(B^b) \leq f(B^a)$ .

Théorème 3 : Il existe une solution optimale pour le problème de matrice de biadjacence optimale où toutes les contraintes sont assignées à des fidélités  $\phi_i$  où

$$i \in \bigcup_{j \in J} \min\{i \in I : r_{ij} \geq 1 - \varepsilon\}.$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les fidélités qui respectent la borne  $\varepsilon$  est retirée du modèle.

Lemme 1: S'il existe une solution réalisable  $B^a$  où une contrainte est assignée à une fidélité  $\phi_{\hat{i}}$  non minimale parmi les fidélités qui respectent  $\varepsilon$ , il existe une autre solution réalisable  $B^b$ , qui est telle qu'aucune contrainte n'est assignée à  $\phi_{\hat{i}}$ .

Lemme 2 :  $f(B^b) \leq f(B^a)$ .

Théorème 3 : Il existe une solution optimale pour le problème de matrice de biadjacence optimale où toutes les contraintes sont assignées à des fidélités  $\phi_i$  où

$$i \in \bigcup_{j \in J} \min\{i \in I : r_{ij} \geq 1 - \varepsilon\}.$$

- Recherche exhaustive: évaluer la fonction objectif pour chaque solution  $B$ .



# 4. Méthodologie détaillée

---

**Algorithme 3.1** : Optimisation avec contraintes hiérarchisées

---

Étant donné un problème d'optimisation donné par une boîte noire multifidélité

1. Analyser le comportement des contraintes en fonction de la fidélité
  2. Calcul d'une matrice de biadjacence optimale
  3. Optimisation de la boîte noire
-

# 5. Résultats

- 3 implémentations

—●— Sans interruptions,  $\phi$  toujours à 1, cas de base

—◇— Interruptions avec barrière extrême

—★— Interruptions avec barrière progressive

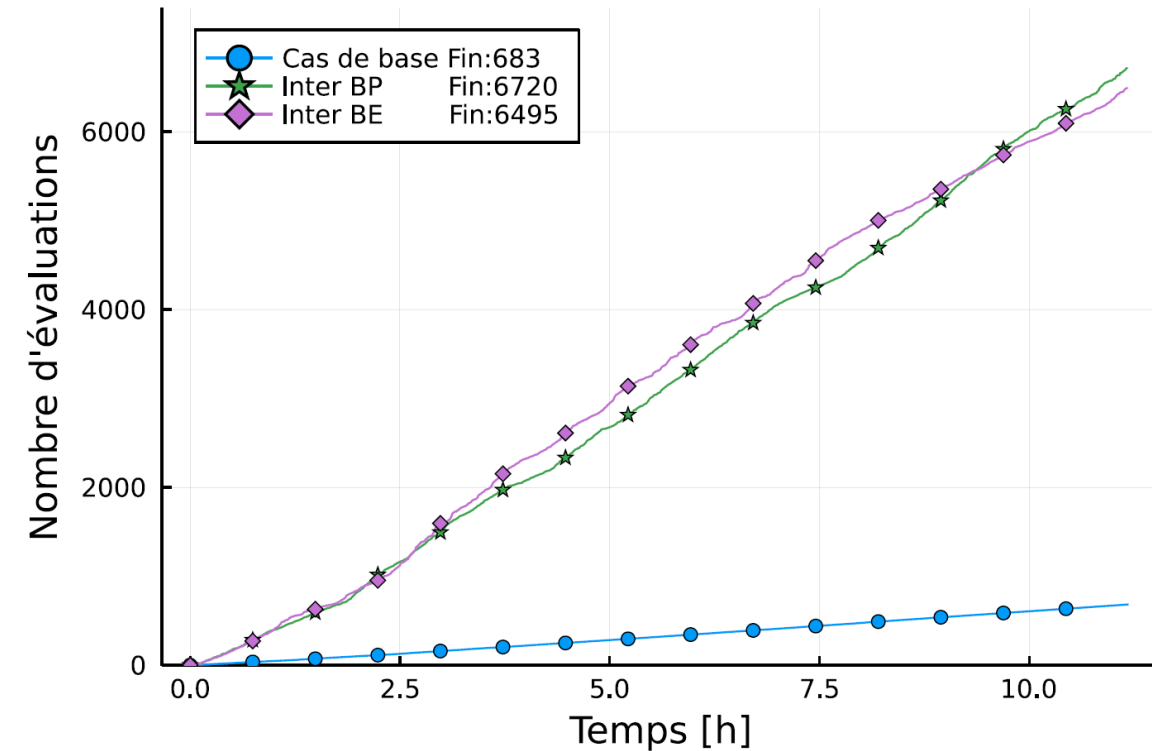
# 5. Résultats

- 4 instances de boîtes noires de la famille SOLAR

<b>Boîte noire</b>	$n$	$m$	$m_{ap}$	$m_{multi-\phi}$	$f_{an}$	$f_{multi-\phi}$
solar2	14	13	5	4	oui	non
solar3	20	13	5	5	non	non
solar4	29	16	7	6	non	non
solar7	7	6	2	2	non	oui

- Solveur: NOMAD

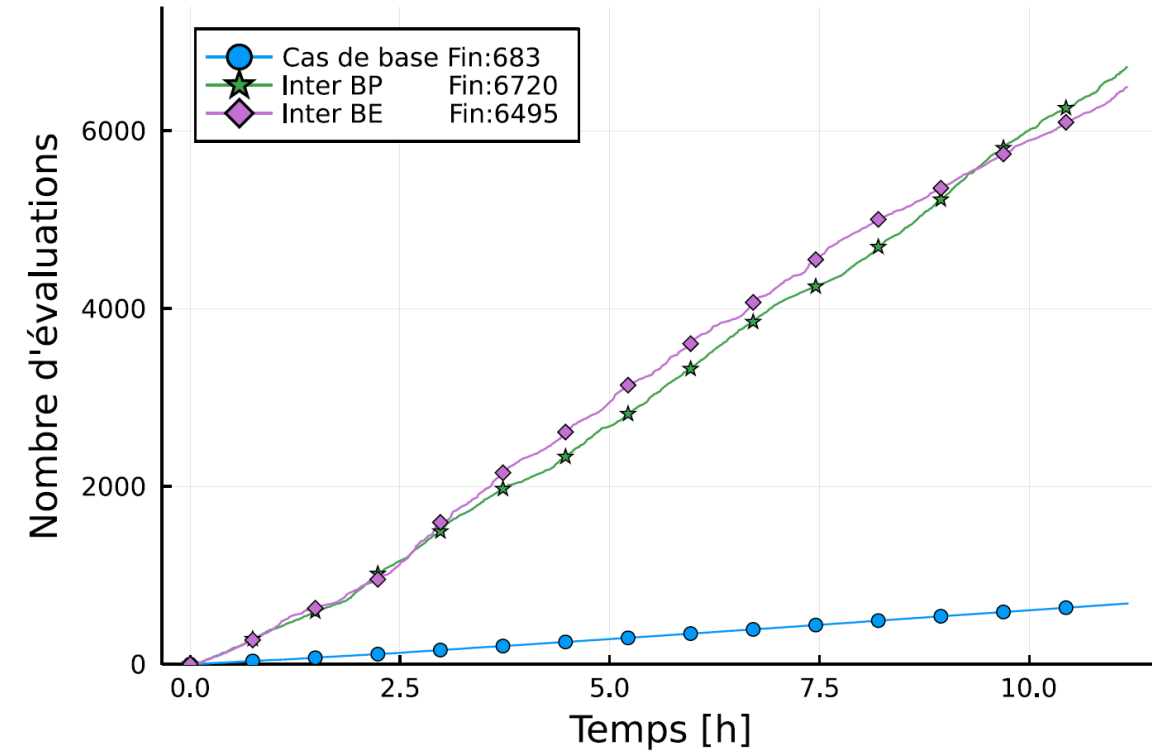
# 5. Résultats – Exemple d’optimisation



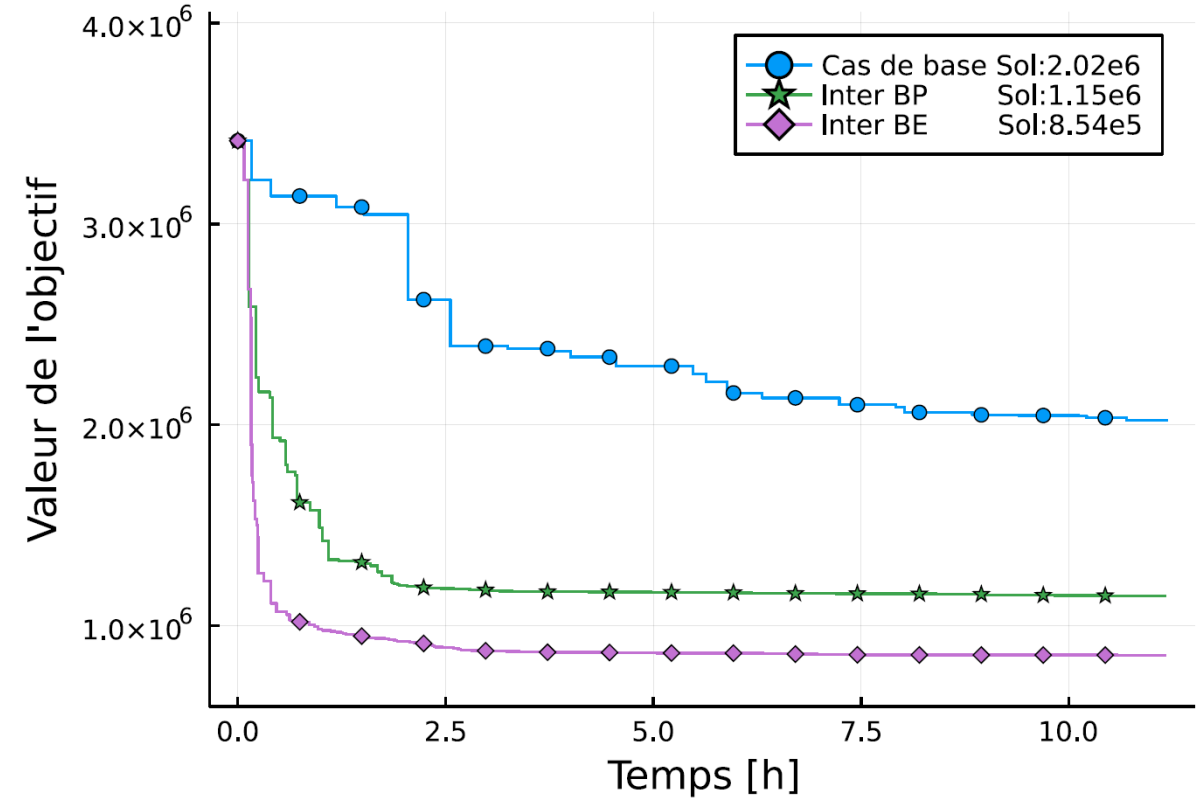
Nombre d’évaluations en fonction du temps

- Sans point de départ connu, et un point réalisable est trouvé dans l’hypercube latin de  $10^4$  points
- solar2,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \{10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$

# 5. Résultats – Exemple d'optimisation



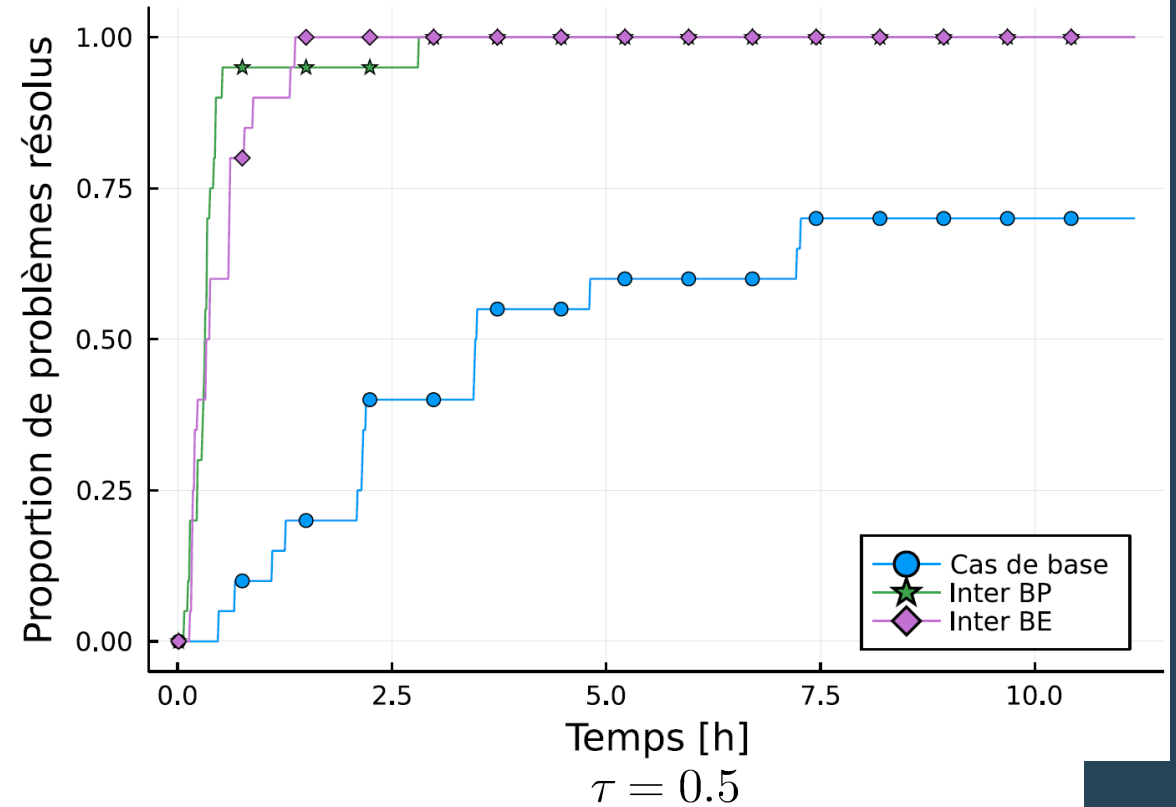
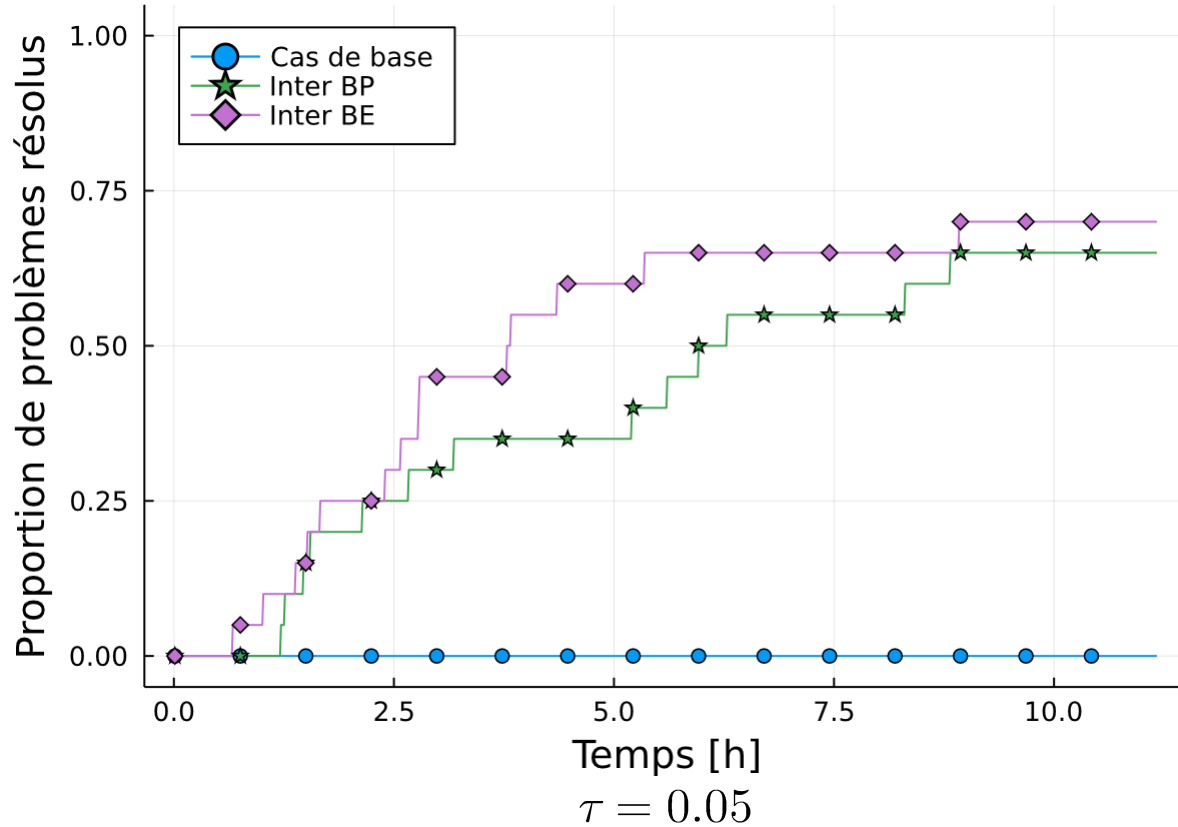
Nombre d'évaluations en fonction du temps



Graphe de convergence

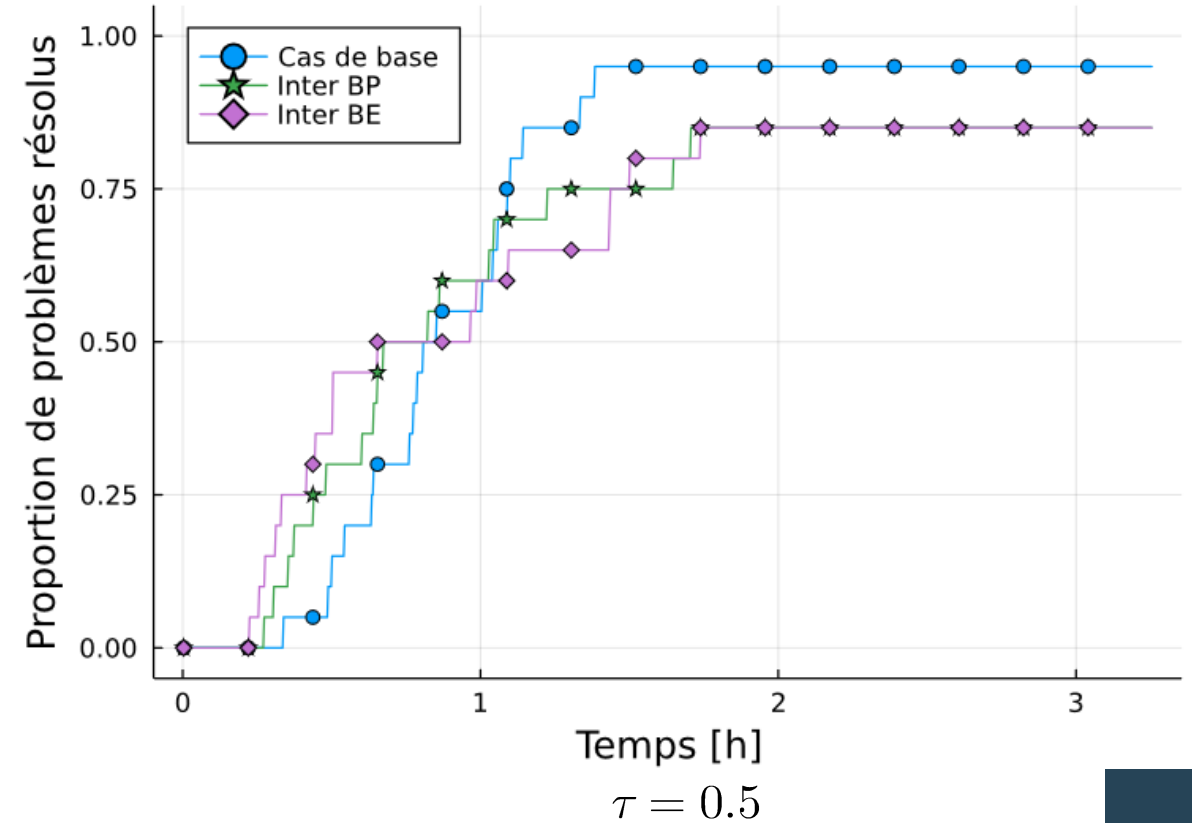
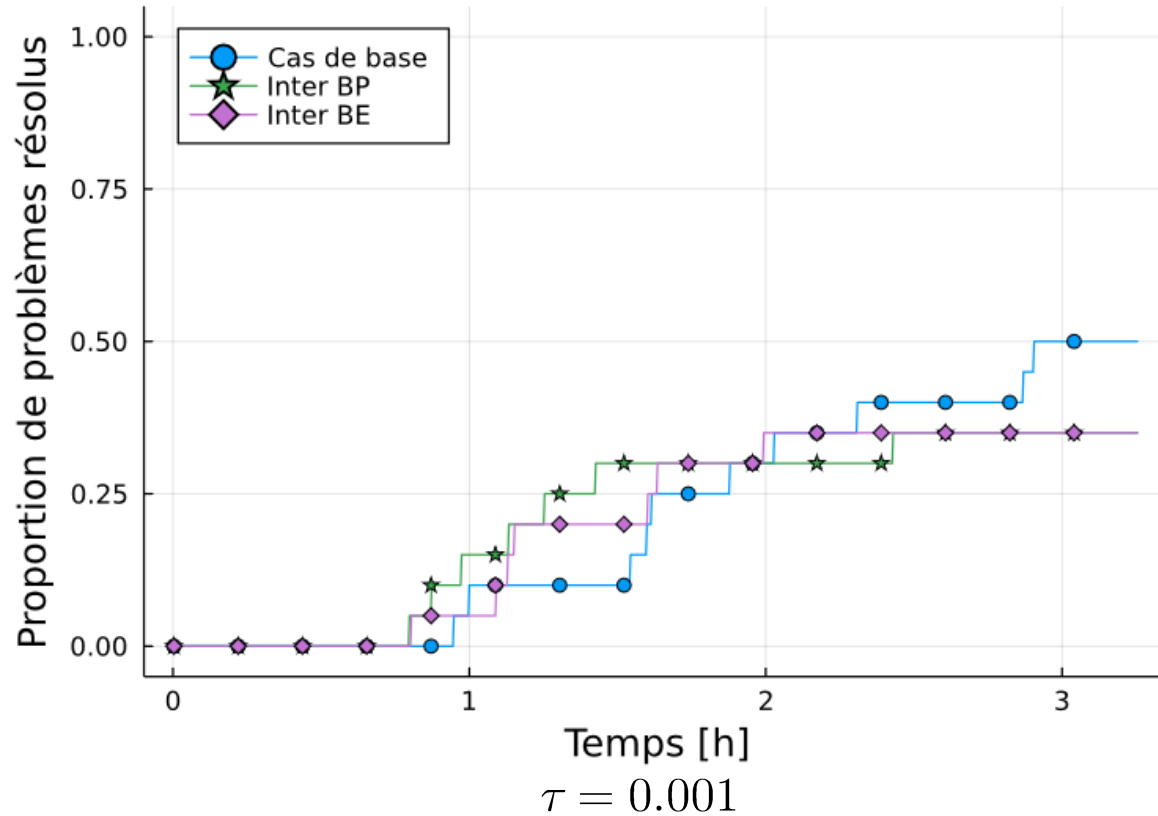
- Sans point de départ connu, et un point réalisable est trouvé dans l'hypercube latin de  $10^4$  points
- solar2,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \{10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$

# 5. Résultats – Sans point de départ connu



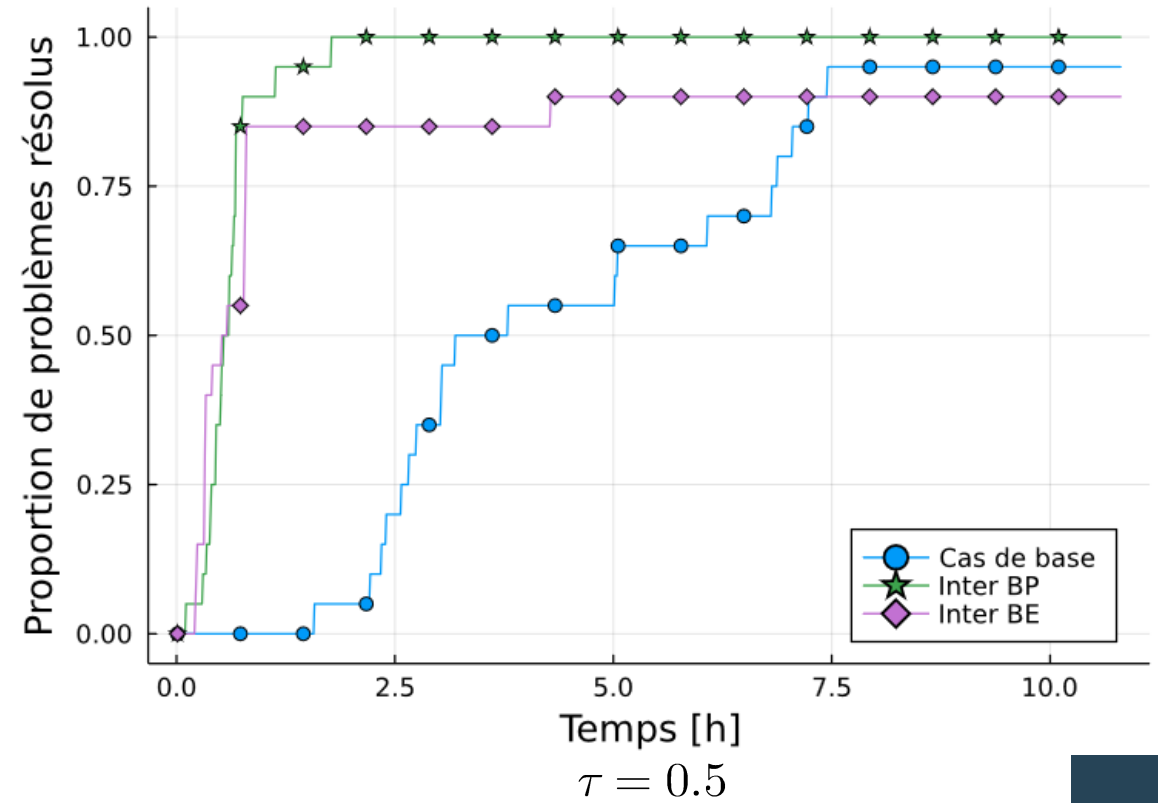
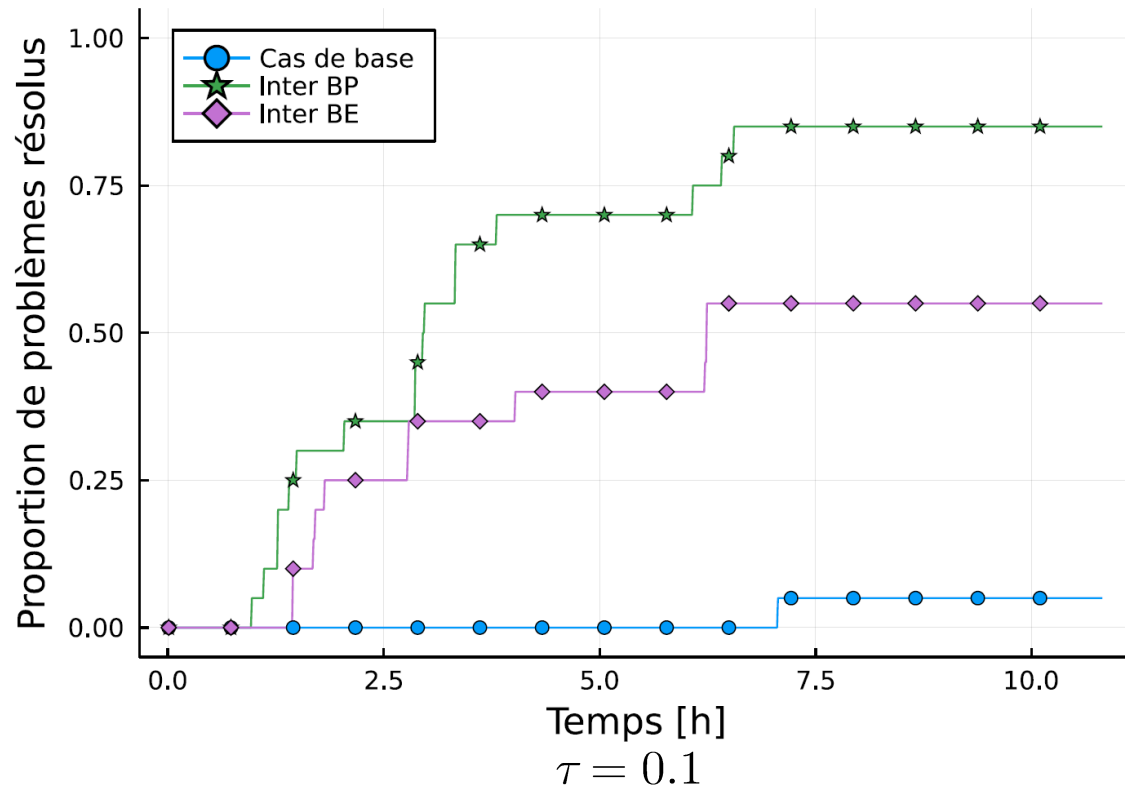
- Sans point de départ connu, et un point réalisable est trouvé dans l'hypercube latin de  $10^4$  points
- solar2,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \{10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$
- 20 optimisations avec des points de départs différents

# 5. Résultats – Sans point de départ connu



- Sans point de départ connu, et un point réalisable est trouvé dans l'hypercube latin de  $10^4$  points
- solar7,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \{10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$
- 20 optimisations avec des points de départs différents

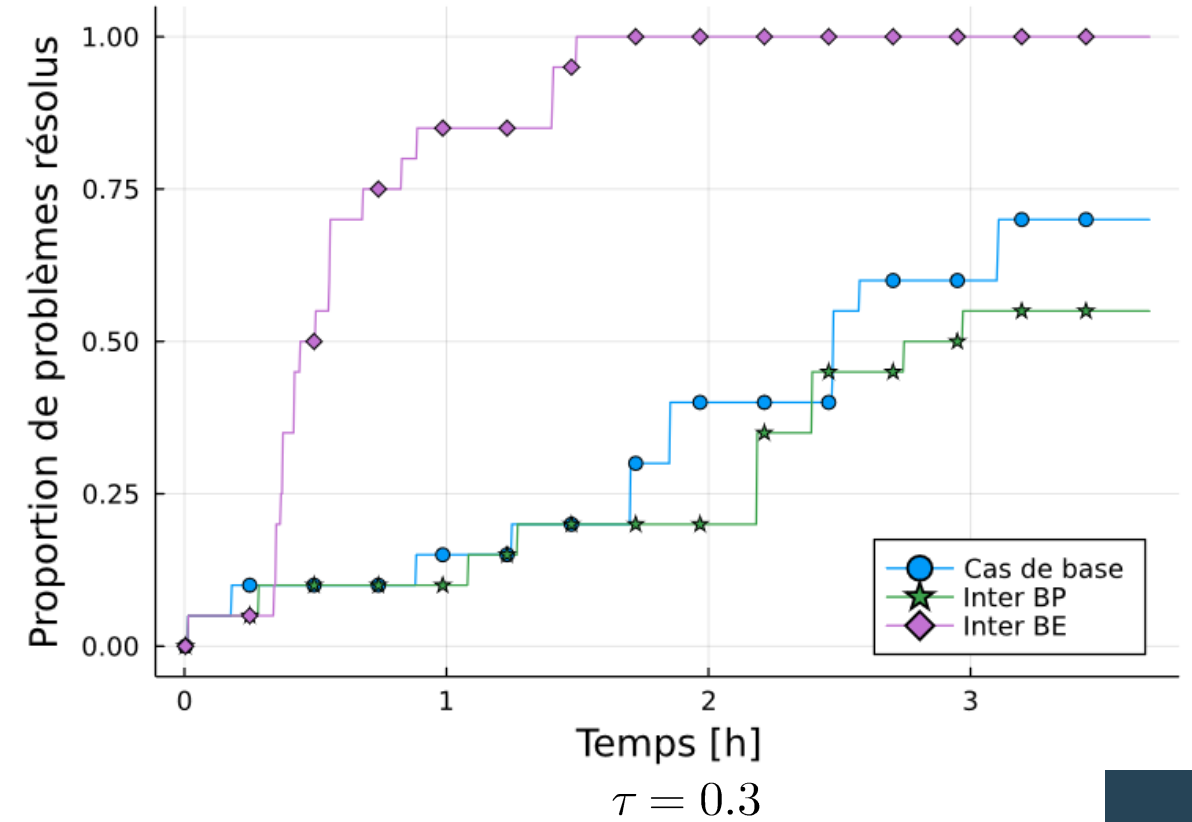
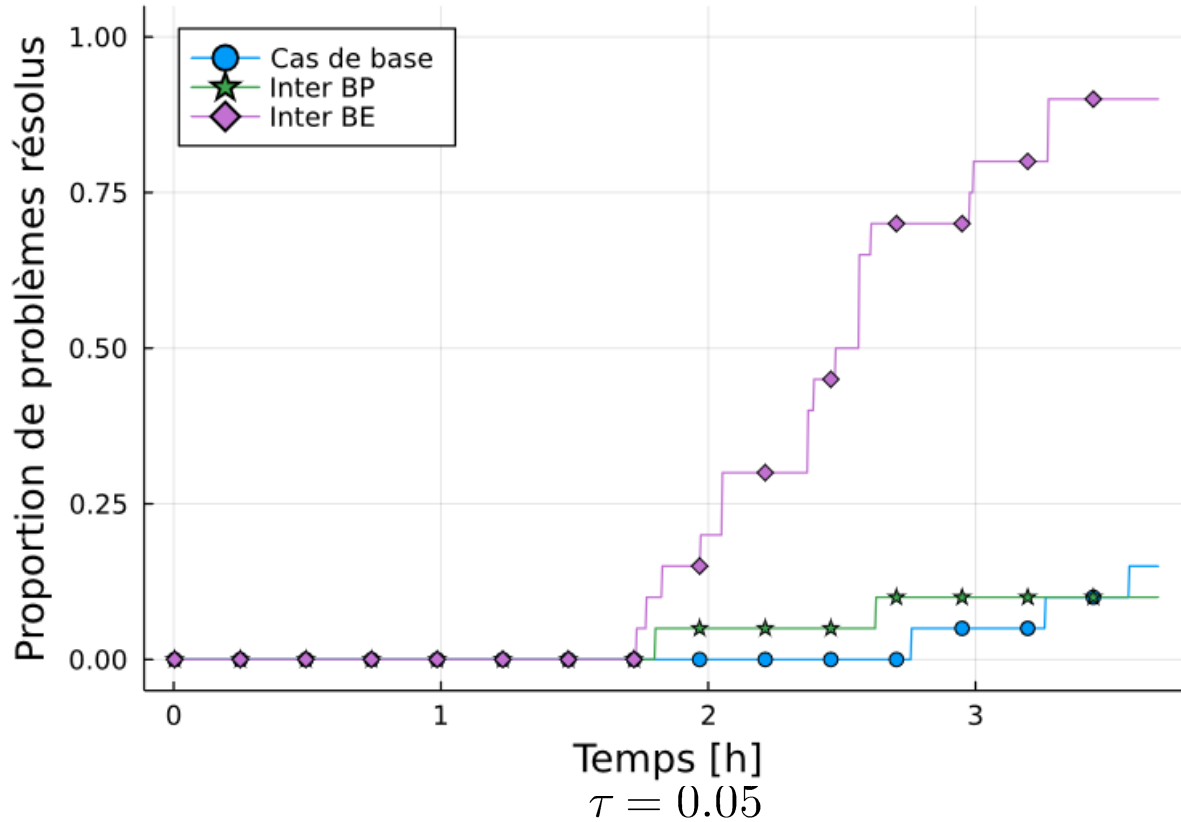
# 5. Résultats – Avec un point de départ connu



- solar2,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \mathfrak{A}10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\mathfrak{B}$ ,  $\rho = 1/4$
- 20 optimisations avec des graines aléatoires NOMAD différentes

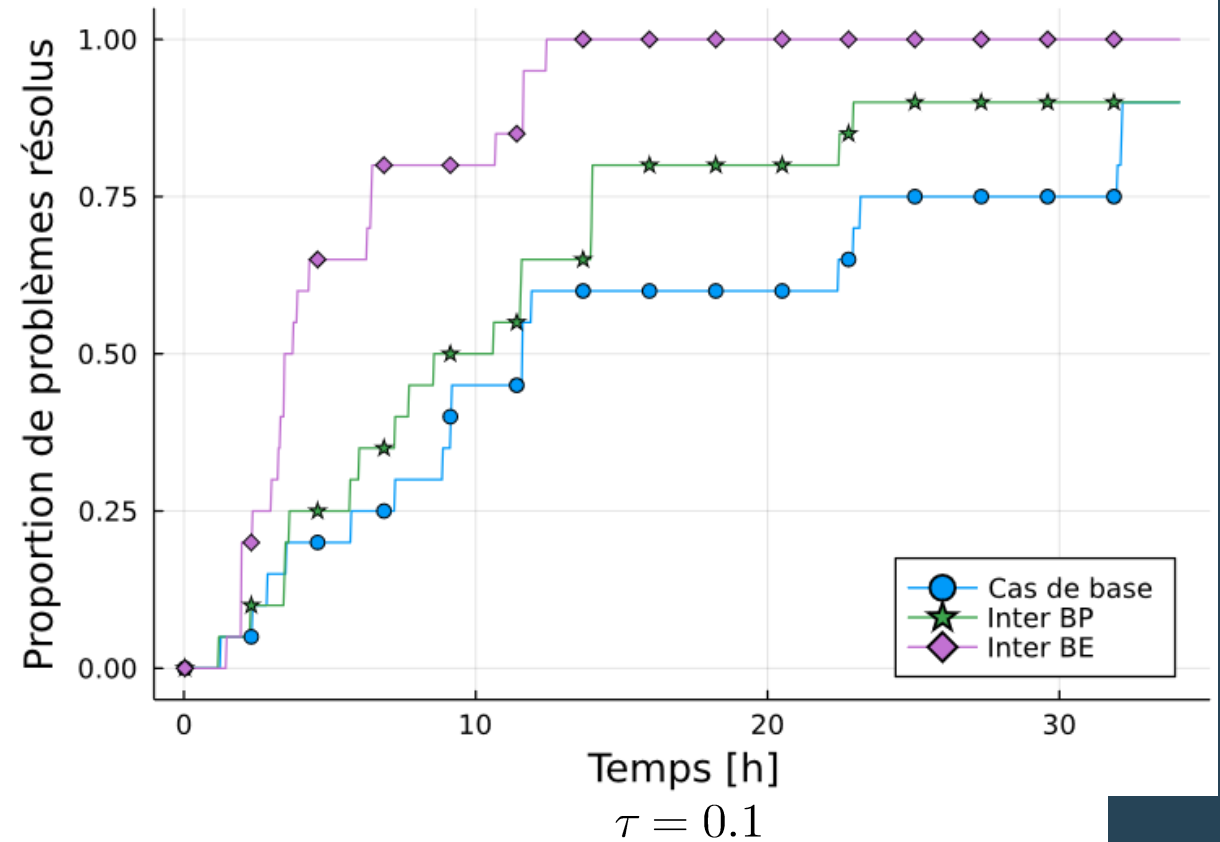
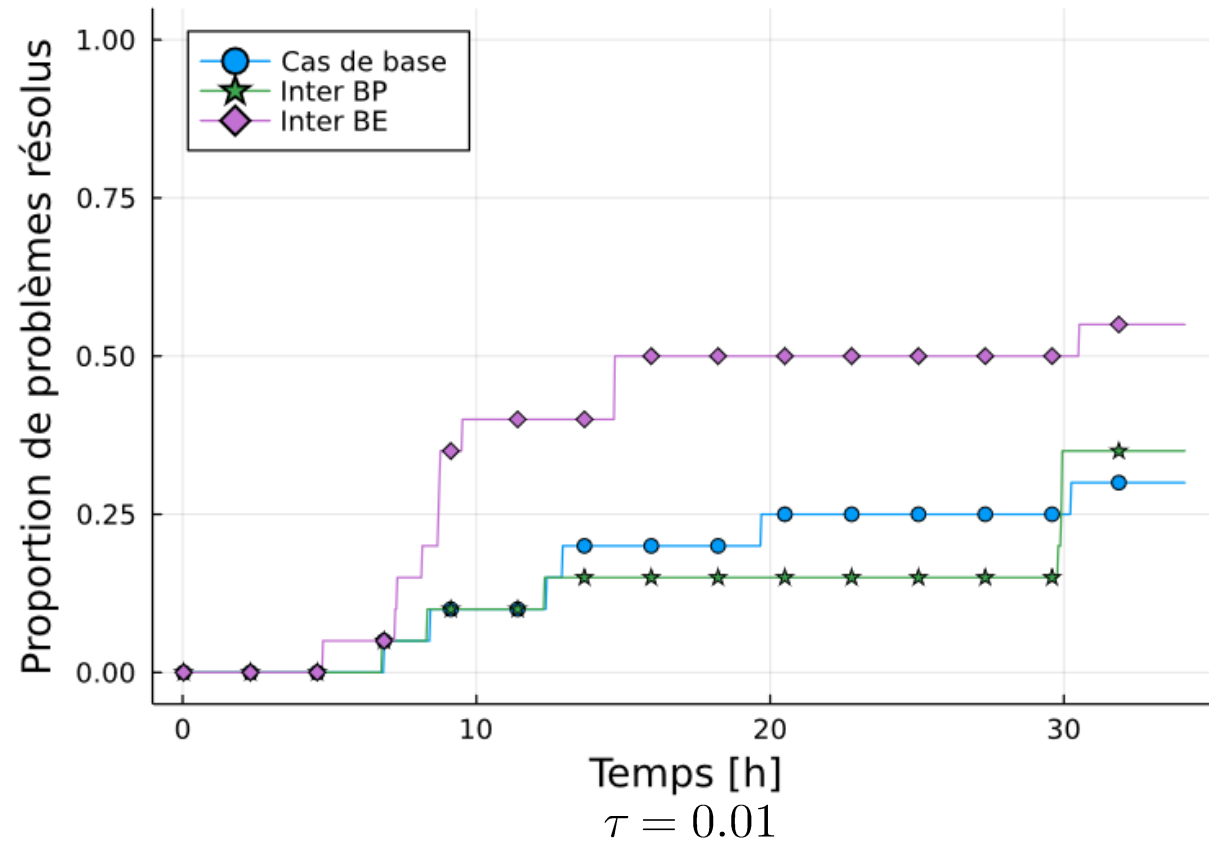


# 5. Résultats – Avec un point de départ connu



- solar3,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \{10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$ ,  $\rho = 1/10$
- 20 optimisations avec des graines aléatoires NOMAD différentes

# 5. Résultats – Avec un point de départ connu



- solar4,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\Phi = \{10^{-10}, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1\}$ ,  $\rho = 1/20$
- 20 optimisations avec des graines aléatoires NOMAD différentes

# Conclusion

- Algorithme d'optimisation de boîtes noires multifidélités réduisant le temps d'optimisation en présence de contraintes difficiles à satisfaire.

# Conclusion

- Algorithme d'optimisation de boîtes noires multifidélités réduisant le temps d'optimisation en présence de contraintes difficiles à satisfaire.
- Possible d'exploiter une analyse de qualité.

# Conclusion

- Algorithme d'optimisation de boîtes noires multifidélités réduisant le temps d'optimisation en présence de contraintes difficiles à satisfaire.
- Possible d'exploiter une analyse de qualité.
- Difficulté: obtenir une analyse de qualité.
  - LHS assume l'homogénéité du comportement des contraintes (locale ou globale).
  - Estimations de probabilités données par simples proportions.

# Conclusion

- Algorithme d'optimisation de boîtes noires multifidélités réduisant le temps d'optimisation en présence de contraintes difficiles à satisfaire.
- Possible d'exploiter une analyse de qualité.
- Difficulté: obtenir une analyse de qualité.
  - LHS assume l'homogénéité du comportement des contraintes (locale ou globale).
  - Estimations de probabilités données par simples proportions.
- Améliorations possibles.
  - Méthodes stochastiques
  - Estimateurs statistiques
  - Théorie de la classification

# Références

- [1] M. Gaha, B.Chabane, D.Komljenovic, A. Côté, C. Hébert, O. Blancke, A. Delavari, et G. Abdul-Nour, “Global Methodology for Electrical Utilities Maintenance Assessment Based on Risk-Informed Decision Making”, *Sustainability*, vol. 13, no. 16, p. 9091, 2021.
- [2] S. Alarie, C. Audet, P.-Y. Bouchet, et S. Le Digabel, “Optimisation of stochastic blackboxes with adaptive precision”, *SIAM Journal on Optimization*, vol. 31, no. 4, pp. 3127–3156, 2021. DOI : 10.1137/20M1318894. En ligne : <https://dx.doi.org/10.1137/20M1318894>
- [3] D. Komljenovic, D. Messaoudi, A. Côté, M. Gaha, L. Vouligny, S. Alarie, et O. Blancke, “Asset Management in Electrical Utilities in the Context of Business and Operational Complexity”, dans *World Congress on Resilience, Reliability and Asset Management*, Singapore, 2019, pp. 148–151.
- [4] C. Audet et W. Hare, *Derivative-Free and Blackbox Optimization*, série Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Cham, Switzerland : Springer, 2017. DOI : 10.1007/978-3-319-68913-5. En ligne : <https://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-68913-5>
- [5] A. Côté, O. Blancke, S. Alarie, A. Dems, D. Komljenovic, et D. Messaoudi, “Combining Historical Data and Domain Expert Knowledge Using Optimization to Model Electrical Equipment Reliability”, dans *2020 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, Liege, Belgium, 2020, pp. 1–6. DOI : 10.1109/PMAPS47429.2020.9183620. En ligne : <https://dx.doi.org/10.1109/PMAPS47429.2020.9183620>
- [6] S. Le Digabel, “Algorithm 909 : NOMAD : Nonlinear Optimization with the MADS algorithm”, *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 37, no. 4, pp. 44 :1–44 :15, 2011. DOI : 10.1145/1916461.1916468. En ligne : <https://dx.doi.org/10.1145/1916461.1916468>
- [7] S. Alarie, C. Audet, P. Jacquot, et S. Le Digabel, “Hierarchically constrained blackbox optimization”, *Operations Research Letters*, vol. 50, no. 5, pp. 446–451, 2022. DOI : 10.1016/j.orl.2022.06.006. En ligne : <https://doi.org/10.1016/j.orl.2022.06.006>

Période de questions



# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les solutions réalisables est retirée du modèle.

Exemple avec  $\varepsilon = 0.05$ , 4 fidélités et 3 contraintes.

$$r = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.95 & 0.9 \\ 0.98 & 0.97 & 0.9 \\ 1 & 0.99 & 0.95 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les solutions réalisables est retirée du modèle.

Exemple avec  $\varepsilon = 0.05$ , 4 fidélités et 3 contraintes.

$$r = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.95 & 0.9 \\ 0.98 & 0.97 & 0.9 \\ 1 & 0.99 & 0.95 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lemme 1:  $B^a$  est réalisable  $\implies B^b$  est réalisable

Lemme 2:  $f(B^b) \leq f(B^a)$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les solutions réalisables est retirée du modèle.

Exemple avec  $\varepsilon = 0.05$ , 4 fidélités et 3 contraintes.

$$r = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.95 & 0.9 \\ 0.98 & 0.97 & 0.9 \\ 1 & 0.99 & 0.95 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lemme 1:  $B^b$  est réalisable  $\implies B^c$  est réalisable

Lemme 2:  $f(B^c) \leq f(B^b)$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Réduction 2: une fidélité qui n'est minimale pour aucune contrainte parmi les solutions réalisables est retirée du modèle.

Exemple avec  $\varepsilon = 0.05$ , 4 fidélités et 3 contraintes.

$$r = \begin{bmatrix} 0.96 & 0.95 & 0.9 \\ 0.98 & 0.97 & 0.9 \\ 1 & 0.99 & 0.95 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Théorème 3  $\implies$  à partir d'une solution réalisable quelconque, il existe une solution meilleure ou égale où aucune contrainte n'est assignée à  $\phi_2$  et à  $\phi_4$ .
- $\implies$  il existe une solution optimale où toutes les contraintes sont assignées à  $\phi_1$  et  $\phi_3$ .

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

- Théorème 3 : Il existe une solution optimale pour le problème de matrice de biadjacence optimale où toutes les contraintes sont assignées à des fidélités  $\phi_i$  où

$$i \in \bigcup_{j \in J} \min\{i \in I : r_{ij} \geq 1 - \varepsilon\}.$$

# 4. Méthodologie détaillée – Calcul de $B$

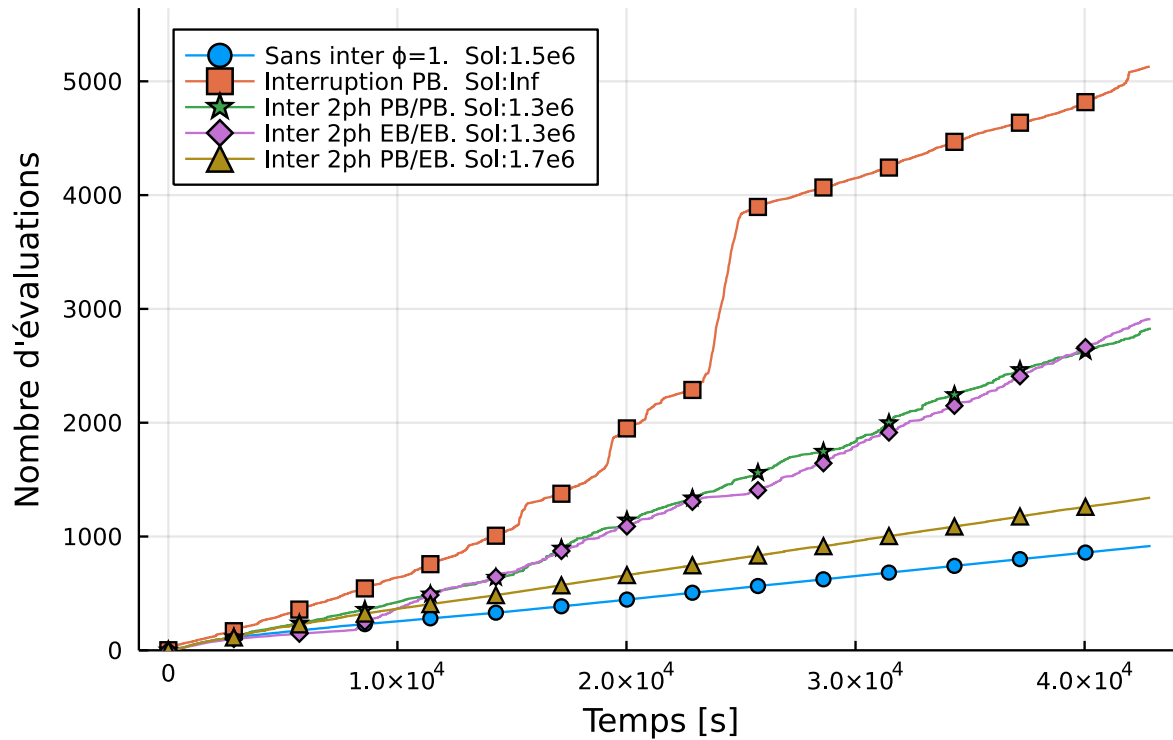
- Théorème 3 : Il existe une solution optimale pour le problème de matrice de biadjacence optimale où toutes les contraintes sont assignées à des fidélités  $\phi_i$  où

$$i \in \bigcup_{j \in J} \min\{i \in I : r_{ij} \geq 1 - \varepsilon\}.$$

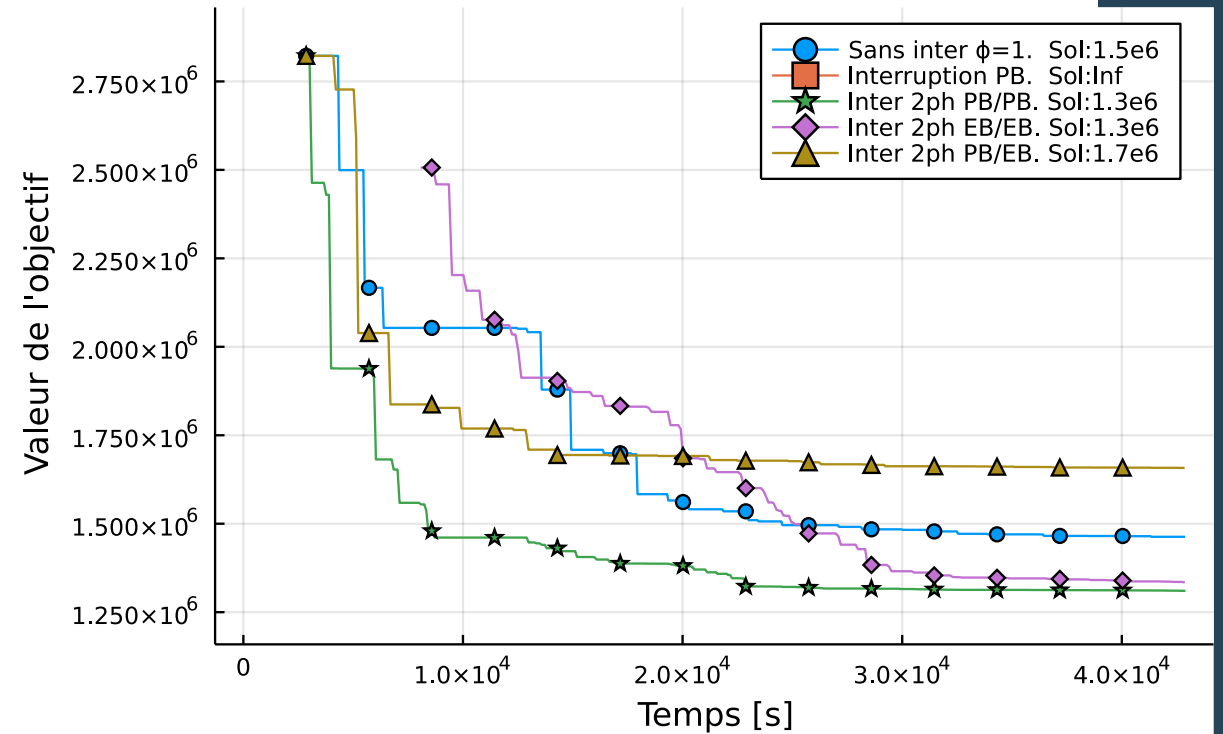
- Recherche exhaustive: évaluer la fonction objectif pour chaque solution  $B$ .

$$t_1 y_1 + \sum_{i=2}^{\ell} t_i y_i \prod_{k=1}^{i-1} \prod_{j \in J} \left(1 - \bar{p}_{kj} B_{kj}\right)$$

# 5. Résultats - Solar



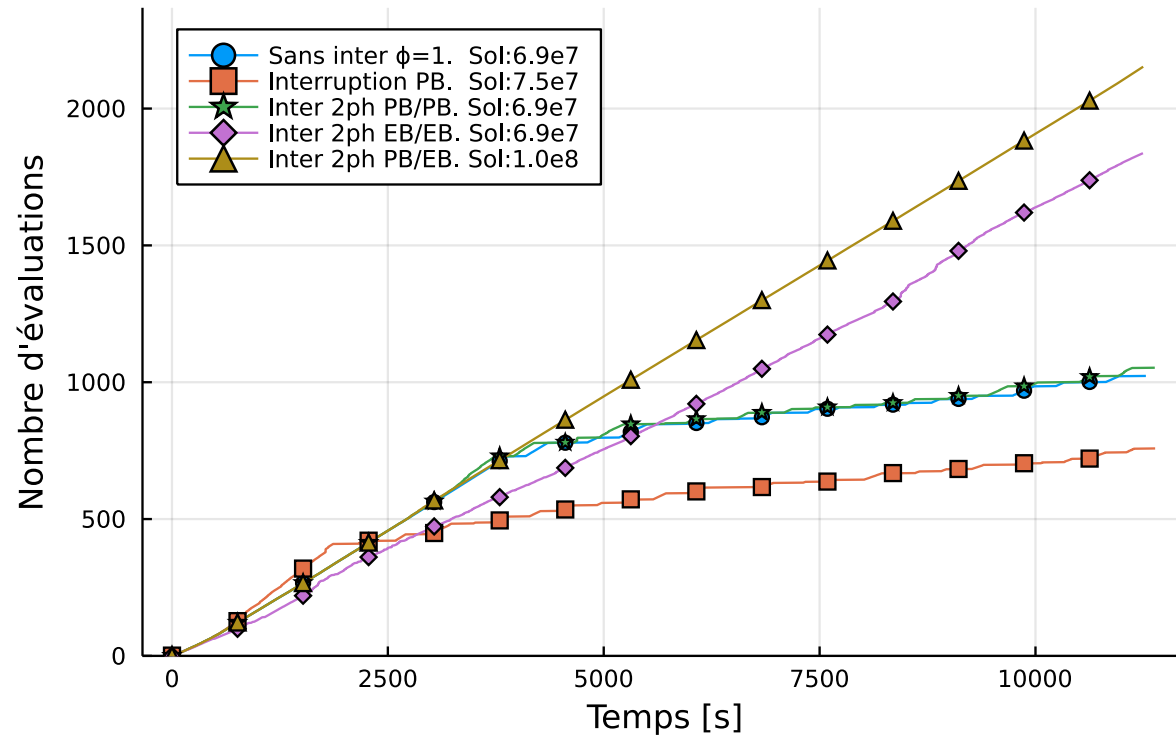
Nombre d'évaluations en fonction du temps



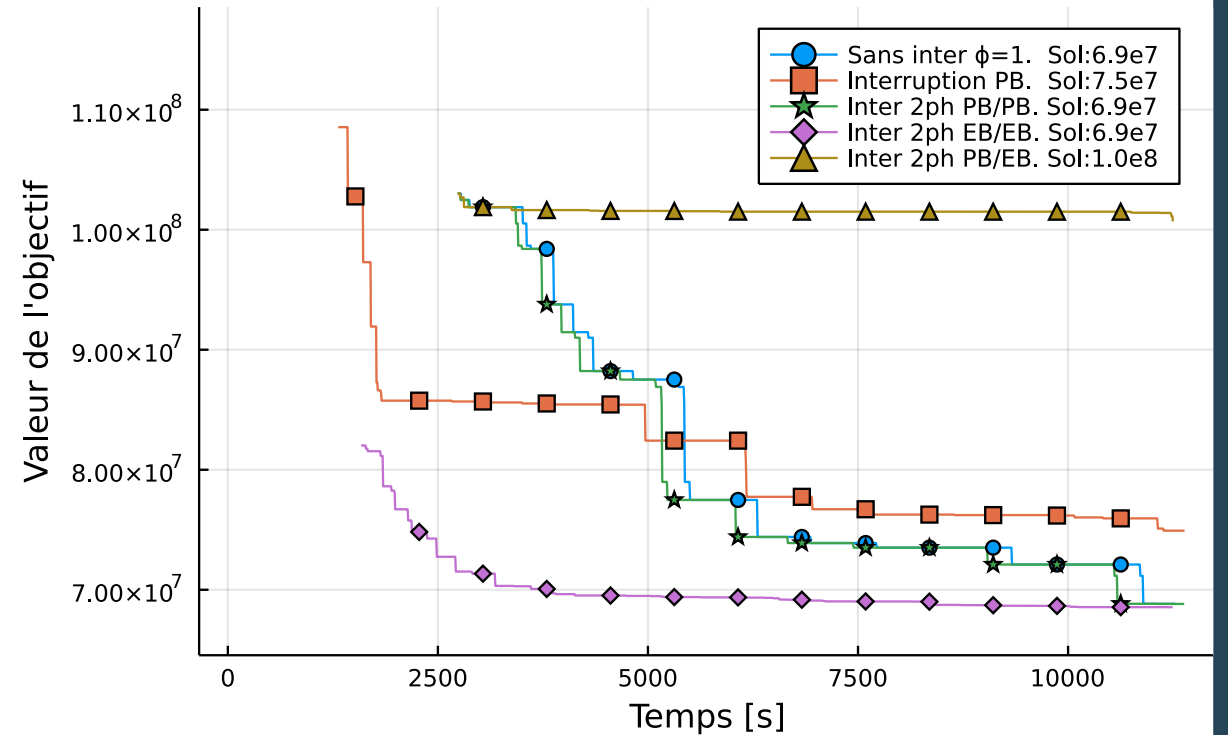
Graphe de convergence

Optimisation (min) de 11h54 de Solar 2 à partir d'un point non-réalisable

# 5. Résultats - Solar



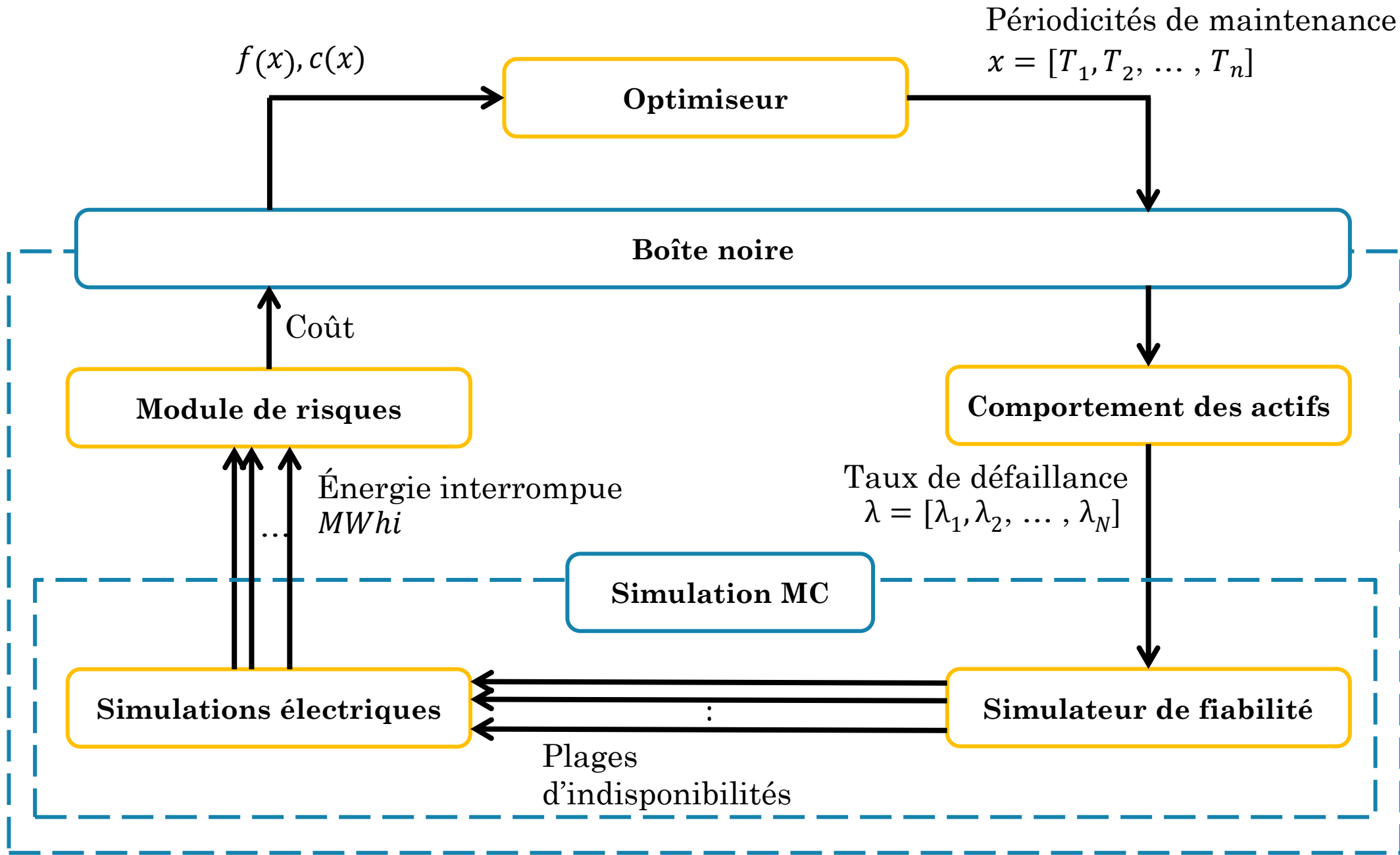
Nombre d'évaluations en fonction du temps



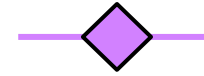
Graphe de convergence

Optimisation (min) de 3h08 de Solar 3 à partir d'un point non-réalisable





# 5. Résultats



- 3 implémentations

—●— Sans interruptions,  $\phi$  toujours à 1, cas de base

—■— Interruptions avec passerelle

—★— Implémentation à deux phases:

1. Phase de réalisabilité,  $\phi$  toujours à 1
2. Phase d'optimalité, interruptions